ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale) $\diamondsuit$
V APPELLO A.A.2010/2011 12.01.2012

COGNOME E NOME ....N. MATR. ....

PROVA SCRITTA Tempo 2 ore e 30 minuti

1) Considerare la funzione
$$f(x,y) = (x^2 + y^3)\log(x)\,.$$

a) determinarne l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$, specificando se l'insieme è connesso o no, limitato o illimitato, aperto o meno; fornirne la rappresentazione grafica nel piano cartesiano.

b) Trovare e classificare i punti critici di f (N.B. in uno di essi l'Hessiano è nullo).

c) Dimostrare che non esiste il $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$.

2) Data l'equazione differenziale:
$$y'' + 2\beta y' + 9y = \sin(3x) \quad ,$$
determinarne l'integrale generale al variare di $\beta \in \mathbb{R}^+$. Trovare, inoltre, la soluzione del seguente problema di Cauchy:
$$\begin{cases} y'' + 2\beta y' + 9y = \sin(3x) \\ y(0) \;= 0 \\ y'(0) = 1\ . \end{cases}$$

3) Data la forma differenziale $\omega = x\,(f(y) + 2)\,dx + yf(x)dy$, trovare tutte le f che la rendono esatta nel suo dominio $E \subset \mathbb{R}^2$(da determinare). Calcolare, quindi, la primitiva della forma differenziale esatta.

4) Dato il dominio piano
$$D = \{(x,z) \in \mathbb{R}^2 \ :\ 2 - |x| \le z \le 4 - 3x^2\}\,,$$
detto T il solido ottenuto facendo ruotare D di un giro completo intorno all'asse z, calcolare il volume e le coordinate del baricentro di T.

5) Data la funzione 2π-periodica che nell'intervallo $[0, 2\pi)$ *(attenzione!)* è definita da:
$$f(x) = \begin{cases} \pi & x \in [0,\pi), \\ \\ 2\pi - x & x \in [\pi, 2\pi)\ . \end{cases} \tag{0.1}$$
scriverne lo sviluppo in serie di Fourier e precisare il valore della somma della serie.

Punteggi : 1) 8 punti; 2) 7 punti; 3) 7 punti; 4) 8 punti; 5) 7 punti.
Servono 15 punti per l'ammissione alla prova di teoria.

ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale) ♣
V APPELLO A.A.2010/2011 12.01.2012

COGNOME E NOME ....N. MATR. ....

PROVA SCRITTA Tempo 2 ore e 30 minuti

1) Considerare la funzione
$$f(x,y) = (x^3 + y^2)\log(y)\,.$$

a) determinarne l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$, specificando se l'insieme è connesso o no, limitato o illimitato, aperto o meno; fornirne la rappresentazione grafica nel piano cartesiano.

b) Trovare e classificare i punti critici di f (N.B. in uno di essi l'Hessiano è nullo).

c) Dimostrare che non esiste il $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$.

2) Data l'equazione differenziale:
$$y'' + 2\beta y' + 4y = \cos(2x) \quad ,$$
determinarne l'integrale generale al variare di $\beta \in \mathbb{R}^+$. Trovare, inoltre, la soluzione del seguente problema di Cauchy:
$$\begin{cases} y'' + 2\beta y' + 4y = \cos(2x) \\ y(0) \ = 1 \\ y'(0) = 0\ . \end{cases}$$

3) Data la forma differenziale $\omega = xf(y)dx + y(f(x) - 3)dy$, trovare tutte le f che la rendono esatta nel suo dominio $E \subset \mathbb{R}^2$(da determinare). Calcolare, quindi, la primitiva della forma differenziale esatta.

4) Dato il dominio piano
$$D = \{(x,z) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 6x^2 - 8 \le z \le 2|x| - 4\}\,,$$
detto T il solido ottenuto facendo ruotare D di un giro completo intorno all'asse z, calcolare il volume e le coordinate del baricentro di T.

5) Data la funzione 2π-periodica che nell'intervallo $[0, 2\pi)$ *(attenzione!)* è definita da:
$$f(x) = \begin{cases} -\pi & x \in [0,\pi), \\ \\ -2\pi + x & x \in [\pi, 2\pi)\ . \end{cases} \tag{0.2}$$
scriverne lo sviluppo in serie di Fourier e precisare il valore della somma della serie.

Punteggi : 1) 8 punti; 2) 7 punti; 3) 7 punti; 4) 8 punti; 5) 7 punti.
Servono 15 punti per l'ammissione alla prova di teoria.