ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale) $\diamondsuit$
III APPELLO A.A.2010/2011 19.09.2011

COGNOME E NOME ....N. MATR. ....

Se ammesso, desidererei svolgere la prova di teoria: 21-23 settembre ◯ 10 -12 ottobre ◯

PROVA SCRITTA Tempo 2 ore e 30 minuti

1) Data la funzione:

$$f(x,y) = \sqrt{9 - 9x^2 - (y-1)^2},$$

a) determinarne l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$, specificando se l'insieme è connesso o no, limitato o illimitato, aperto o meno; fornirne la rappresentazione grafica nel piano cartesiano;

b) Scrivere, e rappresentare graficamente, il vettore ∇f nel punto $P \equiv (1/3, 3)$;

c) determinare $\inf f(E)$, $\sup f(E)$ e, successivamente, $f(E)$;

d) determinare i punti critici di f, e classificarli.

2) Data l'equazione differenziale:

$$y'' + \omega^2 y = \sin(\omega x) \quad , \ \omega \in \mathbb{R}^+,$$

determinarne l'integrale generale. Trovare, inoltre, la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + \omega^2 y = \sin(\omega x) \\ y(1) \ = 0 \\ y'(1) = 1 \ . \end{cases}$$

3) Dato l'insieme

$$Z = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ e^{2xy} = (1+2x)\, y^2\}\,,$$

si considerino i punti di Z che hanno ascissa nulla, e si dimostri che nell'intorno di ciascuno di essi Z è il grafico di una funzione del tipo $y = g(x)$, e si studi (sempre in tale intorno) la crescenza e la decrescenza di g.

4) Dato il dominio piano

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ y \geq 0\,, \ x^2 + y^2 \leq 2x\,, \ y^2 - 2x + 1 \leq 0\}\,,$$

a) calcolare $\displaystyle\iint_T y\, dx\, dy\,;$

b) calcolare il volume del solido ottenuto facendo ruotare D di un angolo giro intorno all'asse x.

5) Data la forma differenziale $\omega = -2y^3\, dx + \alpha x y^2\, dy$, detta $\mathcal{E}$ l'ellisse $\mathcal{E} : 4x^2 + (y-2)^2 = 4$ calcolare:

$$I = \int_{-\mathcal{E}} \omega$$

ove $-\mathcal{E}$ indica il verso di percorrenza orario.

Determinare, quindi, $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo tale che ω sia chiusa. Per tale valore di α la forma è esatta in tutto il suo dominio? Perchè?

In corrispondenza al valore di α trovato, l'integrale della stessa forma differenziale, esteso alla circonferenza di centro l'origine e raggio 5, percorsa anch'essa in verso orario, assume lo stesso valore I: perché?

Punteggi : 1) 7 punti; 2) 8 punti; 3) 7 punti; 4) 8 punti; 5) 6 punti.

Servono 15 punti per l'ammissione alla prova di teoria.

ANALISI MATEMATICA II (Ing. Aerospaziale) ♣
III APPELLO A.A.2010/2011 19.09.2011

COGNOME E NOME ....N. MATR. ....

Se ammesso, desidererei svolgere la prova di teoria: 21-23 settembre ◯ 10 -12 ottobre ◯

PROVA SCRITTA Tempo 2 ore e 30 minuti

1) Data la funzione:

$$f(x,y)=\sqrt{4-(x-1)^2-4y^2},$$

a) determinarne l'insieme di definizione $E\subset\mathbb{R}^2$, specificando se l'insieme è connesso o no, limitato o illimitato, aperto o meno; fornirne la rappresentazione grafica nel piano cartesiano;

b) Scrivere, e rappresentare graficamente, il vettore ∇f nel punto $P\equiv(0,1/4)$;

c) determinare $\inf f(E)$, $\sup f(E)$ e, successivamente, $f(E)$;

d) determinare i punti critici di f, e classificarli.

2) Data l'equazione differenziale:

$$y''+\omega^2 y=\cos(\omega x)\quad,\ \omega\in\mathbb{R}^+,$$

determinarne l'integrale generale. Trovare, inoltre, la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''+\omega^2 y=\cos(\omega x)\\ y(1)\ =1\\ y'(1)=0\ . \end{cases}$$

3) Dato l'insieme

$$Z=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ 4e^{-xy}=(1-2x)\,y^2\},$$

si considerino i punti di Z che hanno ascissa nulla, e si dimostri che nell'intorno di ciascuno di essi Z è il grafico di una funzione del tipo $y=g(x)$, e si studi (sempre in tale intorno) la crescenza e la decrescenza di g.

4) Dato il dominio piano

$$D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ y\geq 0\,,\ x^2+y^2\leq 2x\,,\ y^2+2x-3\geq 0\}\,,$$

a) calcolare $\displaystyle\iint_T y\,dx\,dy$;

b) calcolare il volume del solido ottenuto facendo ruotare D di un angolo giro intorno all'asse x.

5) Data la forma differenziale $\omega=-3x^2y\,dx+\alpha x^3\,dy$, detta $\mathcal{E}$ l'ellisse $\mathcal{E}: x^2+4(y-2)^2=1$ calcolare:

$$I=\int_{+\mathcal{E}}\omega$$

ove $+\mathcal{E}$ indica il consueto verso di percorrenza antiorario.

Determinare, quindi, $\alpha\in\mathbb{R}$ in modo tale che ω sia chiusa. Per tale valore di α la forma è esatta in tutto il suo dominio? Perchè?

In corrispondenza al valore di α trovato, l'integrale della stessa forma differenziale, esteso alla circonferenza di centro l'origine e raggio 5, percorsa anch'essa in verso antiorario, assume lo stesso valore I: perchè?

Punteggi : 1) 7 punti; 2) 8 punti; 3) 7 punti; 4) 8 punti; 5) 6 punti.

Servono 15 punti per l'ammissione alla prova di teoria.