

ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
V APPELLO A.A.2009/10 10.09.2010

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 3 ore

1) Dati la forma differenziale $Xdx + Ydy$ ed il dominio regolare $D \subset \mathbb{R}^2$, di frontiera ∂D , dove

$$X = -\frac{y-1}{x^2+(y-1)^2}, \quad Y = \frac{x}{x^2+(y-1)^2}, \quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + (y-1)^2 \leq 4\},$$

- a. calcolare $I = \int_{+\partial D} Xdx + Ydy$, ove $+\partial D$ indica il consueto verso di percorrenza antiorario;
- b. determinare l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$ della forma differenziale $Xdx + Ydy$;
- c. la forma differenziale $Xdx + Ydy$ è esatta in $E \subset \mathbb{R}^2$? Perché?
- d. la forma differenziale $Xdx + Ydy$ è esatta in $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$? Perché? In caso affermativo, determinarne la primitiva.
- e. Verificare il risultato ottenuto calcolando un opportuno integrale doppio esteso al dominio D .

2) Data in \mathbb{R} la funzione 2π -periodica, individuata in $(-\pi, \pi]$ da:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & x \in (-\pi, 0], \\ 0 & x \in (0, \pi], \end{cases} \quad (0.1)$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-\pi, \pi]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme? E in \mathbb{R} ? Perché? Fornire adeguate motivazioni.

3) Data la funzione di variabile complessa $f : E \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$:

Determinarne:
$$f(z) = e^{2iz} + \frac{1}{z-i}$$

- a) l'insieme $E \subset \mathbb{C}$ di definizione ed il campo $A \subset \mathbb{C}$ di olomorfia;
- b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = 0$ con la relativa regione di convergenza;
- d) lo sviluppo in serie di Laurent di punto iniziale $z_0 = i$ con la relativa regione di convergenza.

Dichiaro di avere superato con esito positivo l'esame di ANALISI MATEMATICA I (verbalizzato in data) FIRMA

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____

