

**ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica )**  
**V APPELLO 25.09.2009      A.A.2008/09**

COGNOME E NOME ..... N.Ro MATR. ....  
LUOGO E DATA DI NASCITA .....

---

**PROVA SCRITTA      Tempo 3 ore**

1) Detto  $D$  il **dominio regolare** di  $\mathbb{R}^2$  definito da

$$\{D = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$$

calcolare

$$I = \int_{+\partial D} xy^2 dx + y^3 dy ,$$

ove  $+\partial D$  indica il consueto verso di percorrenza antiorario. Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green, calcolare, cioè  $I$  mediante un opportuno integrale doppio (quale?). Le ipotesi del teorema di Green sussistono ? Perché ?

2) Data la funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{1}{(z^2 + 1)^2} ,$$

determinare:

- a) l'insieme di definizione  $E \subset \mathbb{C}$  ;
- b) il campo di olomorfia della funzione  $A \subset \mathbb{C}$  ;
- c) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale  $z_0 = 0$ , precisando "a priori" la regione di convergenza.
- d) lo sviluppo in serie di Laurent di punto iniziale  $z_0 = i$ , precisando "a priori" la regione di convergenza.

3) Data in  $\mathbb{R}$  la funzione  $2\pi$ -periodica, pari, individuata in  $[0, \pi]$  da:

$$f(x) = -x \quad , \quad x \in [0, \pi],$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando  $\forall x \in [-\pi, \pi]$  il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in  $\mathbb{R}$ ? Perché ? Fornire adeguate motivazioni.

---

**Riservato alla Commissione di Esame**

SCRITTO \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

ORALE \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_