

- 1) Detto in  $T$  il **dominio regolare** di  $\mathbb{R}^2$  limitato dall'**ellisse**  $\mathcal{E} : x^2 + 4(y - 2)^2 = 1$ , avente come **assi di simmetria**, rispettivamente, l'asse  $x$  e la retta  $y = 2$ , ricordando che  $\partial T = \mathcal{E}$ , si calcolino:

$$I_1 = \int_{+\partial T} 3x^2y \, dx + x^3 \, dy \quad , \quad I_2 = \int_{\gamma} 3x^2y \, dx + x^3 \, dy$$

ove  $+\partial T$  indica il consueto verso di percorrenza antiorario e  $\gamma$  coincide con l'arco di  $\partial T$  che congiunge i punti  $A \equiv (1, 2)$  e  $B \equiv (0, 3/2)$ , nel verso da  $A$  a  $B$ . L'integrale della stessa forma differenziale, esteso alla circonferenza di centro l'origine e raggio 5 assume lo stesso valore  $I_1$ : perchè?

- 2) Si calcoli il seguente integrale curvilineo

$$I = \int_{+\partial T} x^2y \, dx + xy^2 \, dy,$$

ove  $+\partial T$  è la frontiera, percorsa in verso antiorario, del dominio  $T$  (limitato) individuato nel piano  $xy$  dall'ellisse passante per i punti  $(0, -1)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(-1/4, 0)$  e  $(1/4, 0)$ , simmetrica rispetto all'asse  $x$ . Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green-Gauss e, quindi, calcolando un opportuno integrale doppio esteso al dominio  $T$ .

- 3) Detto in  $T$  il dominio regolare di  $\mathbb{R}^2$  limitato dall'ellisse ( $\partial T$ ) avente come assi di simmetria gli assi coordinati del piano  $xy$  e passante per i punti  $(2, 0)$  e  $(0, 1)$ , si calcoli

$$I = \int_{+\partial T} \frac{x}{x^2 + 4y^2} \, dx + \frac{4y}{x^2 + 4y^2} \, dy \quad ,$$

ove  $+\partial T$  indica il consueto verso di percorrenza antiorario. Calcolare l'integrale in due modi diversi e confrontare i risultati ottenuti.

- 2) Data la funzione di variabile complessa  $f(z) = \frac{1}{(z^2 + 4)^2}$  , determinare:

- a) l'insieme di definizione  $E \subset \mathbb{C}$  ;
- b) il campo di olomorfia della funzione  $A \subset \mathbb{C}$  ;
- c) calcolare l'integrale  $I = \int_{\gamma} f(z)dz$  dove  $\gamma : |z - i| = 2$ .