

ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
PROVA SCRITTA ANTICIPATA A.A.2005/06

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 3 ore **COMPITO A**

- 1) Data la forma differenziale $X(x, y)dx + Y(x, y)dy = (3x^2y^2 + 2x)dx + (2x^3y - 3y + 2)dy$, determinare l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$, la forma differenziale è esatta in E ? Perché ?

Detto, quindi, D il **dominio regolare** di \mathbb{R}^2 definito da

$$\left\{ D = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4 \leq x^2 + 4y^2 \leq 16, x \geq 0 \right\}, \quad \text{calcolare } I = \int_{+\partial D} X(x, y)dx + Y(x, y)dy,$$

dove $+\partial D$ indica la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo).

Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè I mediante un opportuno integrale doppio esteso al dominio D .

- 2) Data in \mathbb{R} la funzione 2π -periodica individuata in $[0, 2\pi]$ da:

$$f(x) = \begin{cases} \pi - 2x & x \in [0, \pi], \\ 2x - 3\pi & x \in (\pi, 2\pi), \end{cases}$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [0, 2\pi]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in \mathbb{R} ? Perché ? Fornire adeguate motivazioni.

- $P_{2.1}$ Data la funzione di variabile complessa $f : E \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$

Determinarne:
$$f(z) = e^z + \frac{1}{(1+z)^2}, \quad z \in \mathbb{C}$$

- a) l'insieme $E \subset \mathbb{C}$ di definizione ed il campo $A \subset \mathbb{C}$ di olomorfia;
- b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = 0$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola;
- c) lo sviluppo in serie di Laurent di punto iniziale $z_0 = -1$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola;
- d) (facoltativo) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = i$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola.

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____
