

**ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
II APPELLO A.A.2006/07**

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE Tempo 3 ore

1) Data la forma differenziale $Xdx + Ydy$, dove

$$X = -k \frac{x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \quad , \quad Y = -k \frac{y}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \quad ,$$

- a. determinare l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$ della forma differenziale $Xdx + Ydy$;
- b. la forma differenziale $Xdx + Ydy$ è esatta in $E \subset \mathbb{R}^2$?
- c. la forma differenziale $Xdx + Ydy$ è esatta in $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$? In caso affermativo, determinarne la primitiva;
- d. calcolare $I = \int_{+\partial D} Xdx + Ydy$, ove $+\partial D$ indica il consueto verso di percorrenza antiorario sulla frontiera del **dominio regolare** $D \subset \mathbb{R}^2$ dato da:

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \geq 1, x^2 + 4y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0 \right\}.$$

2) Data in \mathbb{R} la funzione, di *periodo* $T = 2\pi$, individuata in $[-\pi, \pi)$ da:

$$f(x) = 2x|x| \quad , \quad x \in [-\pi, \pi),$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-\pi, \pi]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme? E in \mathbb{R} ? Perché? Fornire adeguate motivazioni.

3) Data la serie di potenze $-\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(z-3)^{k+1}}{z^k}$,

- a. determinarne il campo $A \subset \mathbb{C}$ di convergenza;
- b. indicare un eventuale insieme $B \subset A$ di **convergenza totale**;
- c. verificare che, $\forall z \in A$ la somma della serie coincide con: $f(z) = \frac{z-3}{z} \log(4-z)$, che è definita ed olomorfa in un insieme $E \subset \mathbb{C}$, che è più ampio dell'insieme A , cioè $A \subset E$;
- d. sviluppare la funzione $f(z)$ in serie di Laurent di punto iniziale $z_0 = 0$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola.

Dichiaro di avere superato con esito positivo l'esame di ANALISI MATEMATICA I
(verbalizzato in data) FIRMA

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____
