

ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
PROVA SCRITTA ANTICIPATA A.A.2005/06

COGNOME E NOME N.Ro MATR.

LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 3 ore

COMPITO B

- 1) Data la forma differenziale $X(x, y)dx + Y(x, y)dy = \frac{x}{x^2 + y^2}dx + \frac{y}{x^2 + y^2}dy$, definita nell' insieme $E \subset \mathbb{R}^2$ (da determinare), essa è esatta in E ? Perché ?

Detto, quindi, D il **dominio regolare** di \mathbb{R}^2 definito da

$$\left\{ D = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 2)^2 + 4y^2 \leq 1, y \geq 0 \right\}, \quad \text{calcolare } I = \int_{+\partial D} X(x, y)dx + Y(x, y)dy,$$

dove $+\partial D$ indica la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo).

Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè I mediante un opportuno integrale esteso al dominio D .

- 2) Data in \mathbb{R} la funzione 2π -periodica individuata in $[-\pi/2, (3/2)\pi]$ da:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \in [-\pi/2, \pi/2], \\ -2x + 2\pi & x \in (\pi/2, 3\pi/2), \end{cases}$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-\pi/2, (3/2)\pi]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in \mathbb{R} ? Perché ? Fornire adeguate motivazioni.

- $P_{2,1}$ Data la funzione di variabile complessa $f : E \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$

Determinarne:
$$f(z) = e^{2iz} + \frac{1}{1 - z^2}, \quad z \in \mathbb{C}$$

- a) l'insieme $E \subset \mathbb{C}$ di definizione ed il campo $A \subset \mathbb{C}$ di olomorfia;
- b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = 0$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola;
- c) lo sviluppo in serie di Laurent di punto iniziale $z_0 = -1$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola;
- d) (facoltativo) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = i$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola.

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____
