ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
I APPELLO A.A.2005/06

COGNOME E NOME ....N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 3 ore

1) Dato D, **dominio regolare** di $\mathbb{R}^2$ definito da

$$\left\{D = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | 1 \le x^2 + 4y^2 \le 4\right\} \quad , \quad calcolare \quad I = \iint_D \left(1 + \frac{x}{x^2 + 4y^2}\right) dxdy \quad .$$

Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green, calcolando, cioè, un opportuno intergrale curvilineo esteso a $+\partial D$, la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo).

2) Data in $\mathbb{R}$ la funzione $4\pi-$periodica individuata in $[-2\pi, 2\pi]$ da:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in [-2\pi, -\pi) \\ x^2 & x \in [-\pi, \pi], \\ 0 & x \in (\pi, 2\pi), \end{cases}$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-2\pi, 2\pi]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in $\mathbb{R}$? Perchè ? Fornire adeguate motivazioni.

3) Data la funzione di variabile complessa $f : E \subset \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$

Determinarne: $$f(z) = \log\left(1 + i\frac{z}{2}\right) + \frac{1}{4 - z^2} \quad , \quad z \in \mathbb{C}$$

a) l'insieme $E \subset \mathbb{C}$ di definizione ed il campo $A \subset \mathbb{C}$ di olomorfia;
b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = 0$ determinando la relativa regione di convergenza “a priori” e, poi, verificandola;
c) lo sviluppo in serie di Laurent di punto iniziale $z_0 = 2$ determinando la relativa regione di convergenza “a priori” e, poi, verificandola;
d) (facoltativo) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = i$ determinando la relativa regione di convergenza “a priori” e, poi, verificandola.

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO ____

ORALE ____