ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
II APPELLO A.A.2005/06

COGNOME E NOME .... N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 3 ore

1) Dato D, **dominio regolare** di $\mathbb{R}^2$ definito da

$$\left\{D = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, xy \geq 0\right\} \ , \quad calcolare \quad I = \iint_D 4xy^2 dxdy \ .$$

Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green, calcolando, cioè, un opportuno intergrale curvilineo esteso a $+\partial D$, la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo).

2) Data in $\mathbb{R}$ la funzione $2\pi-$periodica individuata in $[-\pi, \pi)$ da:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in \left[-\pi, -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \\ \frac{\pi^2}{4} - x^2 & x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], \end{cases}$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-\pi, \pi)$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in $\mathbb{R}$? Perchè ? Fornire adeguate motivazioni.

3) Data la funzione di variabile complessa $f : E \subset \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$

Determinarne:
$$f(z) = 2\cos(iz) + \frac{1}{4 + z^2} \qquad , \qquad z \in \mathbb{C}$$

a) l'insieme $E \subset \mathbb{C}$ di definizione ed il campo $A \subset \mathbb{C}$ di olomorfia;
b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = 0$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola;
c) lo sviluppo in serie di Laurent di punto iniziale $z_0 = 2i$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola;
d) (facoltativo) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = i$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola.

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO ______________________________

ORALE ______________________________