

SERIE DI FOURIER

Esempio 1

Data la funzione periodica di periodo $T=2\pi$, costante a tratti, $f(x)=1$, $0 < x < \pi$, e $f(x)=-1$, $\pi < x < 2\pi$,

```

• f1 := plot::Function2d(1, x = 0..PI, Color = RGB::Red);
  f2 := plot::Function2d(-1, x = PI..2*PI, Color = RGB::Red);
  f3 := plot::Function2d(-1, x = -PI..0, Color = RGB::Red);

  plot(f1, f2, f3, GridVisible = TRUE);

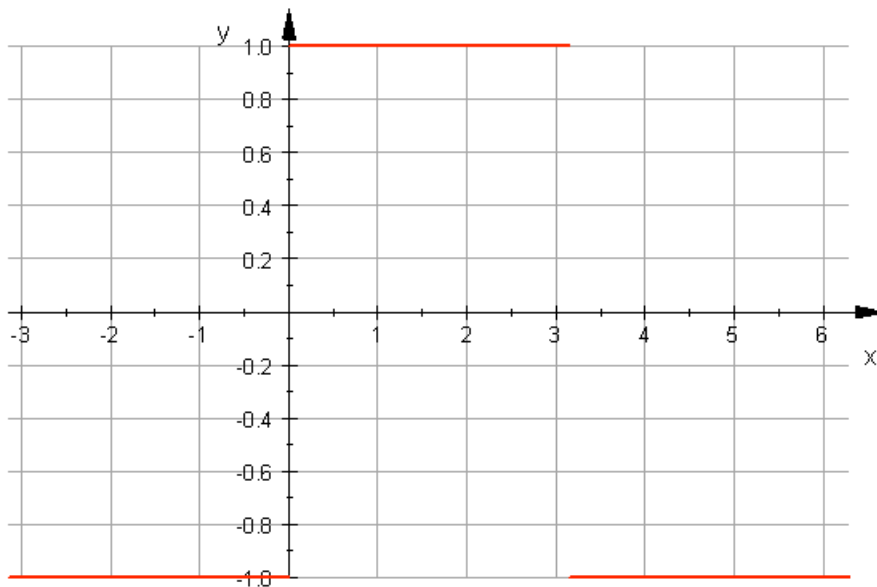
```

```
plot::Function2d(1, x = 0 .. pi)
```

```
plot::Function2d(-1, x = pi .. 2 * pi)
```

```
plot::Function2d(-1, x = -pi .. 0)
```

raccontata graficamente da



il corrispondente sviluppo in serie di Fourier è dato da:

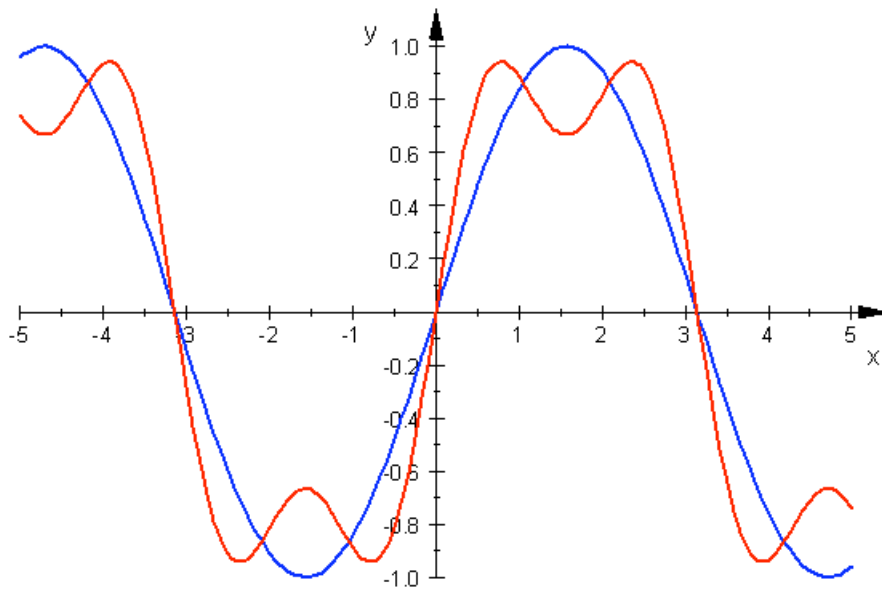
```
• f_n := sum(sin((2*k-1)*x)/(2*k-1), k = 1..floor(n))
```

$$\sum_{k=1}^n \frac{\sin(x \cdot (2 \cdot k - 1))}{2 \cdot k - 1}$$

il grafico della somma dei primi 2 termini della serie è

dato da:

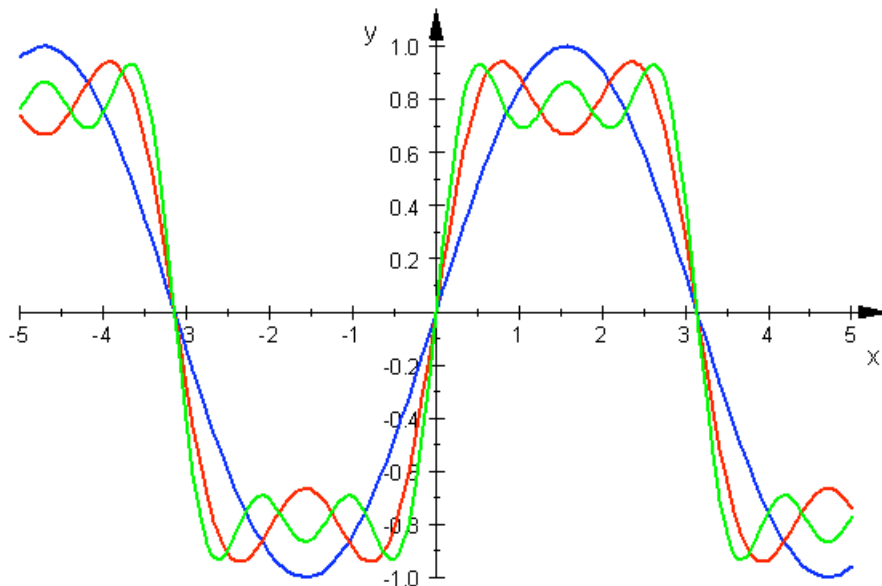
- `plotfunc2d(f_n $ n = 1..2, LegendVisible = FALSE)`



il grafico della somma dei primi 3 termini della serie e`

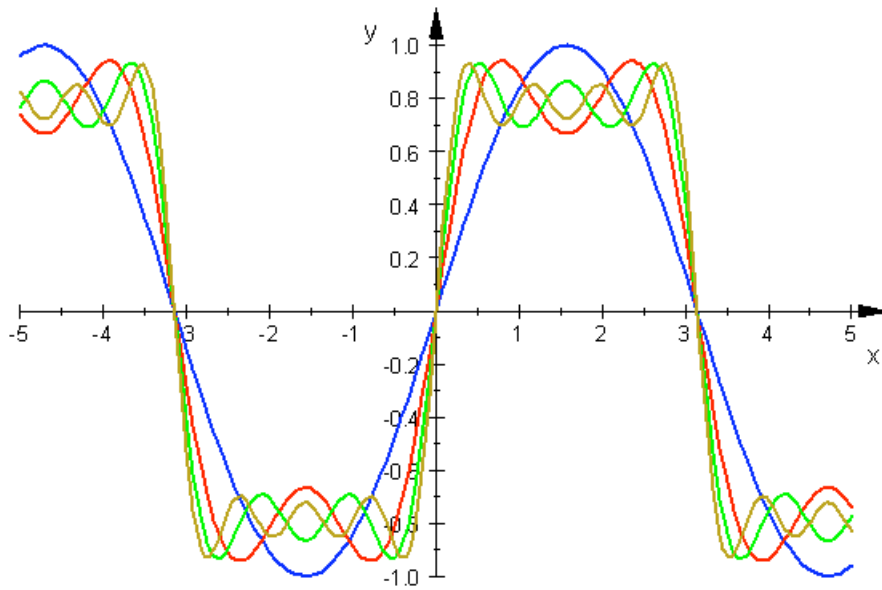
dato da:

- `plotfunc2d(f_n $ n = 1..3, LegendVisible = FALSE)`

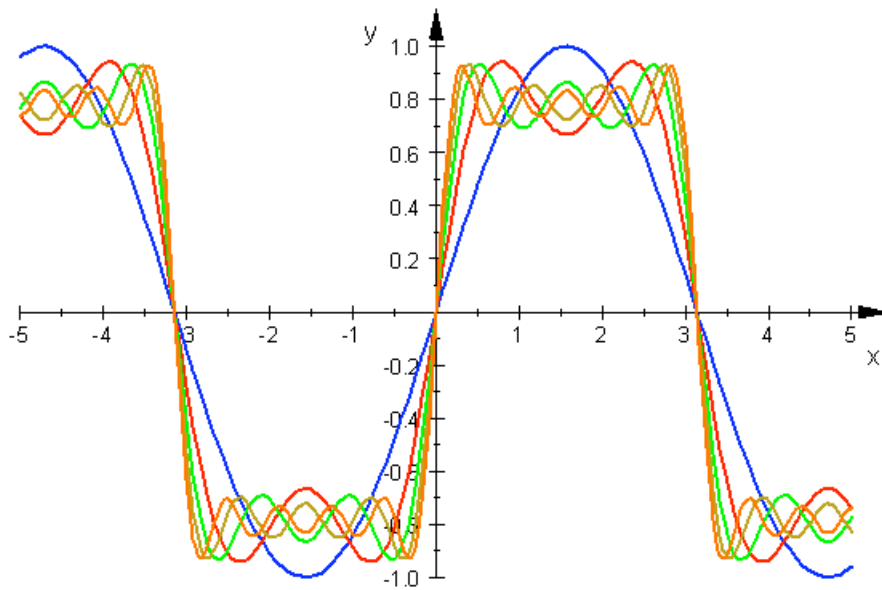


il grafico della somma dei primi 4 termini della serie e`**dato da:**

- `plotfunc2d(f_n $ n = 1..4, LegendVisible = FALSE)`

**il grafico della somma dei primi 5 termini della serie e`****dato da:**

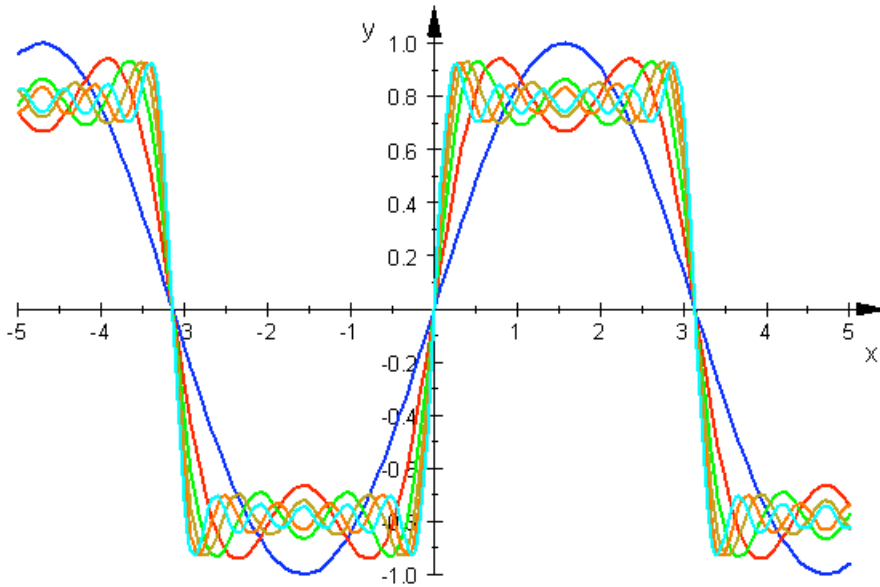
- `plotfunc2d(f_n $ n = 1..5, LegendVisible = FALSE)`



il grafico della somma dei primi 6 termini della serie e`

dato da:

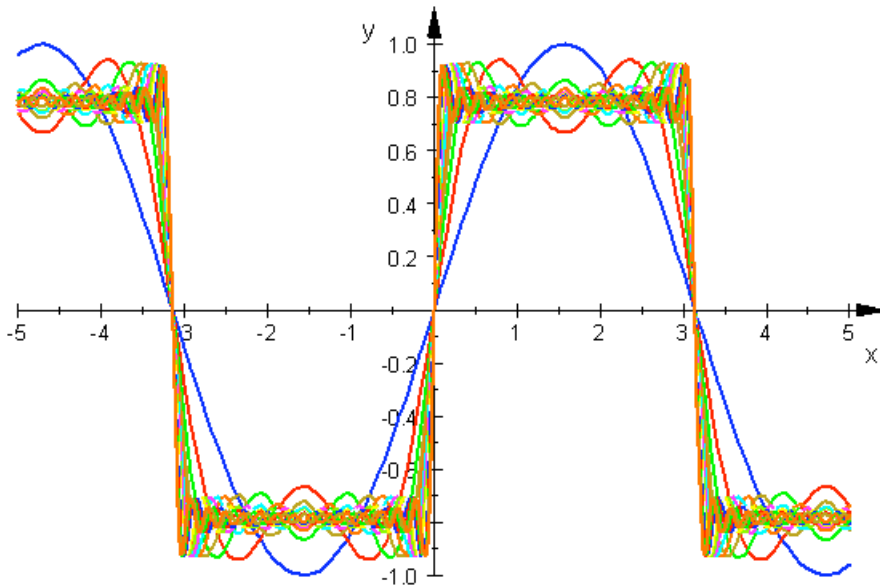
- `plotfunc2d(f_n $ n = 1..6, LegendVisible = FALSE)`



il grafico della somma dei primi 15 termini della serie e`

dato da:

- `plotfunc2d(f_n $ n = 1..15, LegendVisible = FALSE)`



Esempio 2

Data la funzione periodica di periodo $T=2\pi$, definita da
 $f(x) = x^2$, $0 < x < 2\pi$,

- `f1 := plot::Function2d(x^2, x = 0..2*PI, Color = RGB::Red);`
`f2 := plot::Function2d((x-2*PI)^2, x = 2*PI..4*PI, Color = RGB::Red);`
`f3 := plot::Function2d((x+2*PI)^2, x = -2*PI..0, Color = RGB::Red);`

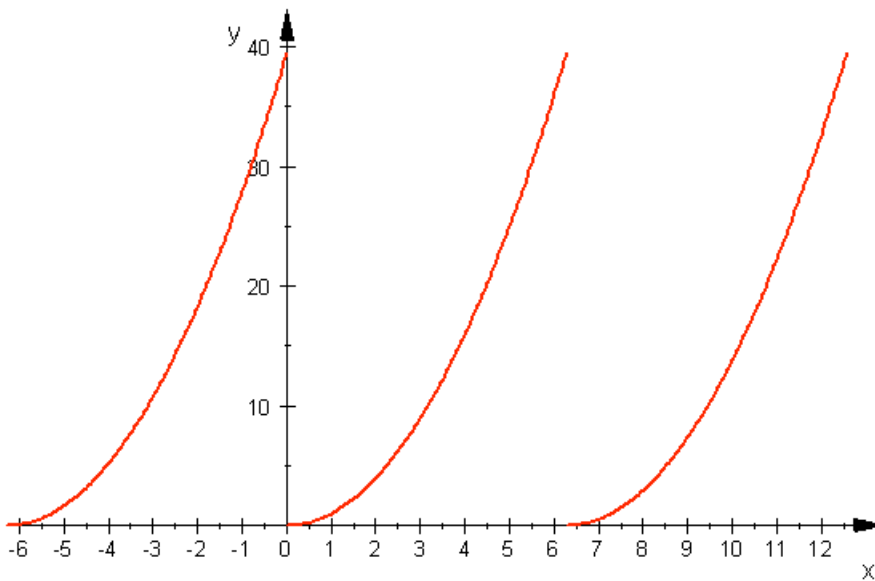
`plot::Function2d(x^2, x = 0 .. 2 · π)`

`plot::Function2d((- 2 · π + x)^2, x = 2 · π .. 4 · π)`

`plot::Function2d((2 · π + x)^2, x = - 2 · π .. 0)`

rappresentata graficamente da

- `plot(f1,f2,f3);`



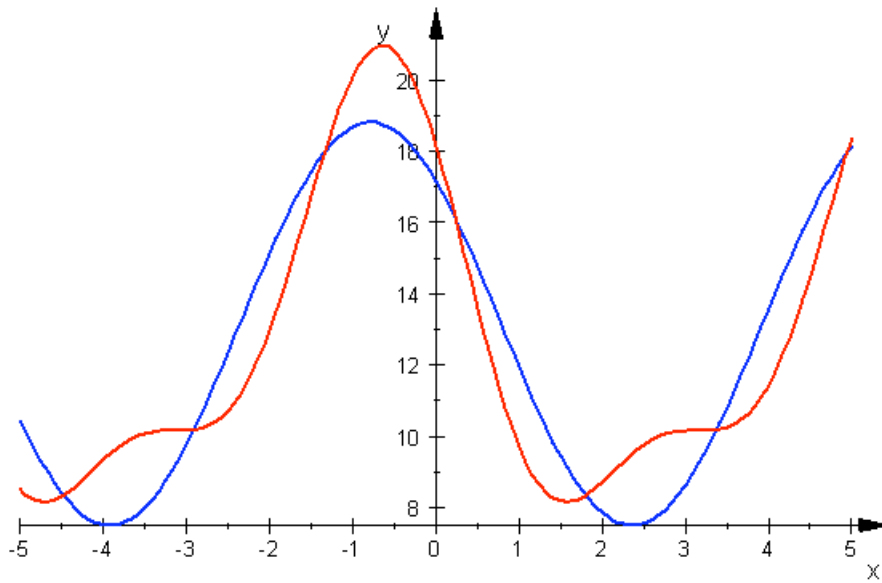
il corrispondente sviluppo in serie di Fourier è dato da:

- `f_n:=PI^2*(4/3)+4*sum(cos(k*x)/(k^2)-sin(k*x)/k, k = 1..floor(n));`

$$4 \cdot \left(\sum_{k=1}^{|n|} \left(\frac{\cos(k \cdot x)}{k^2} - \frac{\sin(k \cdot x)}{k} \right) \right) + \frac{4 \cdot \pi^2}{3}$$

il grafico della somma dei primi 2 termini della serie e`
dato da:

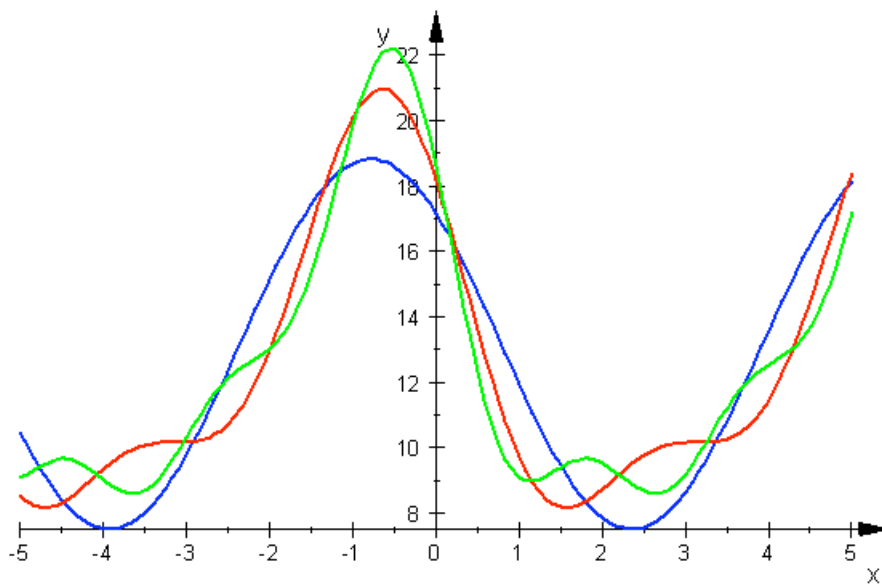
- `plotfunc2d(f_n $ n = 1..2, LegendVisible = FALSE)`



il grafico della somma dei primi 3 termini della serie e`

dato da:

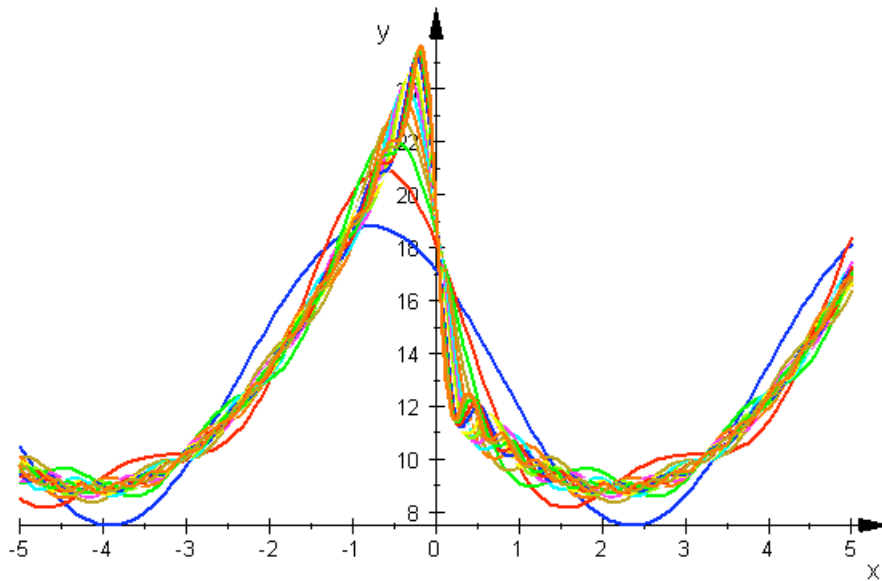
- `plotfunc2d(f_n $ n = 1..3, LegendVisible = FALSE)`



il grafico della somma dei primi 15 termini della serie e`

dato da:

- `plotfunc2d(f_n $ n = 1..15, LegendVisible = FALSE)`



il grafico della somma dei primi 35 termini della serie e`

dato da:

- `plotfunc2d(f_n $ n = 1..35, LegendVisible = FALSE)`

