

- 1) Detto in T il **dominio regolare** di \mathbb{R}^2 limitato dall'**ellisse** $\mathcal{E} : x^2 + 4(y - 2)^2 = 1$, avente come **assi di simmetria**, rispettivamente, l'asse x e la retta $y = 2$, ricordando che $\partial T = \mathcal{E}$, si calcolino:

$$I_1 = \int_{+\partial T} 3x^2y \, dx + x^3 \, dy \quad , \quad I_2 = \int_{\gamma} 3x^2y \, dx + x^3 \, dy$$

ove $+\partial T$ indica il consueto verso di percorrenza antiorario e γ coincide con l'arco di ∂T che congiunge i punti $A \equiv (1, 2)$ e $B \equiv (0, 3/2)$, nel verso da A a B . L'integrale della stessa forma differenziale, esteso alla circonferenza di centro l'origine e raggio 5 assume lo stesso valore I_1 : perchè?

- 2) Si calcoli il seguente integrale curvilineo

$$I = \int_{+\partial T} x^2y \, dx + xy^2 \, dy,$$

ove $+\partial T$ è la frontiera, percorsa in verso antiorario, del dominio T (limitato) individuato nel piano xy dall'ellisse passante per i punti $(0, -1)$, $(0, 1)$, $(-1/4, 0)$ e $(1/4, 0)$, simmetrica rispetto all'asse x . Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green-Gauss e, quindi, calcolando un opportuno integrale doppio esteso al dominio T .

- 3) Detto in T il dominio regolare di \mathbb{R}^2 limitato dall'ellisse (∂T) avente come assi di simmetria gli assi coordinati del piano xy e passante per i punti $(2, 0)$ e $(0, 1)$, si calcoli

$$I = \int_{+\partial T} \frac{x}{x^2 + 4y^2} \, dx + \frac{4y}{x^2 + 4y^2} \, dy \quad ,$$

ove $+\partial T$ indica il consueto verso di percorrenza antiorario. Calcolare l'integrale in due modi diversi e confrontare i risultati ottenuti.

- 2) Data la funzione di variabile complessa $f(z) = \frac{1}{(z^2 + 4)^2}$, determinare:

- a) l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{C}$;
- b) il campo di olomorfia della funzione $A \subset \mathbb{C}$;
- c) calcolare l'integrale $I = \int_{\gamma} f(z)dz$ dove $\gamma : |z - i| = 2$.