ANALISI MATEMATICA II (Clinica)
A.A.2004/2005

COGNOME E NOME ....N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

ESERCITAZIONE SCRITTA 18.11.2004

motivare tutte le risposte

1) Data la funzione di variabile complessa:

$$f(z) = \frac{z^2}{1+z^2} \quad ,$$

determinare:

a) l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{C}$;
b) il campo di olomorfia $A \subset \mathbb{C}$;
c) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = 0$, precisandone "a priori" la regione di convergenza;
d) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $\tilde{z}_0 = 2i$, precisandone "a priori" la regione di convergenza.

2) Data la funzione di variabile complessa:

$$f(z) = \frac{1}{(1+z^2)^2} \quad ,$$

determinare:

a) l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{C}$;
b) il campo di olomorfia $A \subset \mathbb{C}$;
c) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = 0$, precisandone "a priori" la regione di convergenza;
d) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $\tilde{z}_0 = 2i$, precisandone "a priori" la regione di convergenza.

3) Detto in T il dominio regolare di $\mathbb{R}^2$ limitato dall'ellisse (∂T) avente come assi di simmetria gli assi coordinati del piano xy e passante per i punti $(2,0)$ e $(0,1)$, si calcoli

$$I = \int_{+\partial T} \frac{x}{x^2+4y^2}dx + \frac{4y}{x^2+4y^2}dy \quad ,$$

ove $+\partial T$ indica il consueto verso di percorrenza antiorario.

Determinato l'insieme $E \subset \mathbb{R}^2$ di definizione della forma differenziale $\frac{x}{x^2+4y^2}dx + \frac{4y}{x^2+4y^2}dy$: essa è esatta in E ?

Calcolare l'integrale I in due modi diversi e confrontare i risultati ottenuti.