

**ANALISI MATEMATICA II (Ing. Clinica )**  
**II APPELLO** **A.A.2003/2004**

COGNOME E NOME ..... N.Ro MATR. ....  
LUOGO E DATA DI NASCITA .....

---

**PROVA SCRITTA**      **Tempo 3 ore**

1) Si determini il campo  $B \subset \mathbb{C}$  di convergenza assoluta della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} 2 \frac{(z - 2i)^k}{k}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

Calcolata in  $B$  la somma  $f(z)$  si osservi che essa definisce una funzione olomorfa non solo in  $B$ , ma anche in campi  $A \supset B$ . Si determini  $A$  in modo che sia “ il più ampio possibile”.

2) Data, in un riferimento cartesiano  $Oxyz$ , la superficie sferica  $\mathcal{S}$  di centro nell'origine e raggio  $r$ , calcolare

$$I = \int_{\mathcal{S}} \vec{\Phi} \cdot \vec{n} \, d\sigma$$

dove

$$\vec{\Phi} : \quad \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$
$$P \mapsto |\vec{OP}|^2 \vec{OP} \tag{0.1}$$

ed  $\vec{n} = -\frac{\vec{OP}}{r}$  indica il versore normale alla superficie  $\mathcal{S}$  nel suo generico punto  $P$ .

Calcolare l'integrale  $I$  in due modi diversi.

3) Dati la forma differenziale  $Xdx + Ydy$  ed il dominio regolare  $D \subset \mathbb{R}^2$ , dove

$$X = -\frac{y-1}{x^2 + (y-1)^2}, \quad Y = \frac{x}{x^2 + (y-1)^2}, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + (y-1)^2 \leq 4\},$$

- a. calcolare  $I = \int_{+\partial D} Xdx + Ydy$ , ove  $+\partial D$  indica il consueto verso di percorrenza antiorario;
- b. determinare l'insieme di definizione  $E \subset \mathbb{R}^2$  della forma differenziale  $Xdx + Ydy$ ;
- c. la forma differenziale  $Xdx + Ydy$  è esatta in  $E \subset \mathbb{R}^2$ ?
- b. la forma differenziale  $Xdx + Ydy$  è esatta in  $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$ ? In caso affermativo, determinarne la primitiva.

---

**Riservato alla Commissione di Esame**

SCRITTO \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

---

---

ORALE \_\_\_\_\_

---

---

---

---

---

---

---

---