Ingegneria Energetica, a. a. 2015-16
Analisi Matematica 1
Esercitazione del 19 novembre 2015

Esercizi svolti

1. Studiare, al variare dei parametri α, β, continuità e derivabilità in $\mathbb{R}$ della funzione
$$f(x) = \begin{cases} (e^x - 1)^{\sin^2 x}, & x > 0, \\ \alpha(x+1)^2 + \beta x, & x \leq 0. \end{cases}$$

2. Studiare la funzione
$$f(x) = \arcsin \sqrt{|1 - x^2|},$$
classificando in particolare gli eventuali punti di non derivabilità .

3. Studiare continuità e derivabilità in $\mathbb{R}$ della funzione
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x - 1}, & x > 0, \\ x|x| + \dfrac{1}{3}(x - 3), & x \leq 0. \end{cases}$$

4. Stabilire se la funzione
$$f(x) = x + \arctan x$$
è invertibile su tutto $\mathbb{R}$ e in caso affermativo calcolare $\dfrac{\partial f^{-1}}{y}(y_0)$ per $y_0 = 0$.

5. Dimostrare che l'equazione
$$\tan x + \sin x - 1 = 0$$
ha almeno una soluzione in $\left(-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right)$.
Come può essere possibile approssimare una soluzione dell'equazione con un errore inferiore ad un $\epsilon > 0$ dato?

6. Sia
$$f(x) = e^{x-1} + 2\log x.$$
Studiare l'esistenza e il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = 3$ nel suo insieme di definizione.

Esercizi suggeriti

1. Dimostrare che l'equazione
$$f(x) = x^3 + \sqrt{x} - 5$$
ha almeno una soluzione in $[0, 2]$. Si possono avere in tale intervallo due soluzioni?

2. Stabilire se la funzione
$$f(x) = x^3 + e^x$$
è invertibile su tutto $\mathbb{R}$ e in caso affermativo calcolare $\dfrac{\partial f^{-1}}{y}(y_0)$ per $y_0 = 1$.