

Ingegneria Energetica, a. a. 2015-16
Analisi Matematica 1
Esercitazione del 15 ottobre 2015

Determinare gli estremi inferiori e superiori (ed eventualmente massimi e minimi) dei seguenti insiemi.

Esercizi svolti

1. Scrivere in forma algebrica, trigonometrica ed esponenziale il numero

$$z = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^2}{1 - i} i.$$

2. Risolvere le seguenti equazioni:

(a) $(1 - i)z - 2 = 0$,

(b) $\bar{z}^2 - \operatorname{Re}(z + i) = 1$,

(c) $5z^2 - 4z + 1 = 0$,

verificare anche a priori che le soluzioni di questa equazioni sono coniugate,

(d) $5z^{10} - 4z^5 + 1 = 0$,
(cenni).

3. Calcolare ed individuare sul piano complesso i numeri complessi

$$z_k = \sqrt[3]{-4\sqrt{3} + 4i}.$$

Quale poligono identificano?

Esercizi suggeriti

1. Scrivere in forma algebrica e trigonometrica i seguenti numeri:

(a) $\frac{(\sqrt{3} + i)^3 (1 + i)^4}{8i (1 - i)^2}$,

(b) $\frac{(1 - i\sqrt{3})^2}{1 - i} i$,

(c) $\frac{1}{(-1 + i\sqrt{3})^4}$,

(d) $\frac{1+i}{(\sqrt{3}+i)^2}$,

(e) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^8$.

2. Risolvere le seguenti equazioni:

(a) $4z^2 - 4z + 3 - 3i\sqrt{3} = 0$,

(b) $(z + 2)^4 = (z - 1)^4$,

(c) $z^4 - 2z^2 + 2 = 0$,

(d) $z^6 - 21z^3 - 1 = 0$,

(e) $\bar{z}^2 - |\operatorname{Re}(z + i)| = 1$,

(f) $z^2 - |\operatorname{Re}(\bar{z} - i)| = 1$,

(g) $\operatorname{Re}(z^2) + i \operatorname{Re}(z) \operatorname{Arg}(z) = i \operatorname{Arg}(z) + 3$,

(h) $|e^{\frac{1}{z}}| = 1$

(i) $|z| + 2i|\operatorname{Im}(z)| = 1 + i$, con $\operatorname{Re}(z) \leq 0$,

(j) $z^2 + \frac{1}{2} = 0$, con $\operatorname{Re}(z) \geq \operatorname{Im}(z)$,

3. Calcolare $\min \{ \operatorname{Im}(z) \mid z^3 = 8i \}$.