

**Ingegneria Energetica, a. a. 2015-16**  
**Analisi Matematica 1**  
**Esercitazione del 15 ottobre 2015**

Determinare gli estremi inferiori e superiori (ed eventualmente massimi e minimi) dei seguenti insiemi.

**Esercizi svolti**

1. Scrivere in forma algebrica, trigonometrica ed esponenziale il numero

$$z = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^2}{1 - i} i.$$

2. Risolvere le seguenti equazioni:

(a)  $(1 - i)z - 2 = 0$ ,

(b)  $\bar{z}^2 - \operatorname{Re}(z + i) = 1$ ,

(c)  $5z^2 - 4z + 1 = 0$ ,

verificare anche a priori che le soluzioni di questa equazioni sono coniugate,

(d)  $5z^{10} - 4z^5 + 1 = 0$ ,  
(cenni).

3. Calcolare ed individuare sul piano complesso i numeri complessi

$$z_k = \sqrt[3]{-4\sqrt{3} + 4i}.$$

Quale poligono identificano?

**Esercizi suggeriti**

1. Scrivere in forma algebrica e trigonometrica i seguenti numeri:

(a)  $\frac{(\sqrt{3} + i)^3 (1 + i)^4}{8i (1 - i)^2}$ ,

(b)  $\frac{(1 - i\sqrt{3})^2}{1 - i} i$ ,

(c)  $\frac{1}{(-1 + i\sqrt{3})^4}$ ,

(d)  $\frac{1+i}{(\sqrt{3}+i)^2}$ ,

(e)  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^8$ .

2. Risolvere le seguenti equazioni:

(a)  $4z^2 - 4z + 3 - 3i\sqrt{3} = 0$ ,

(b)  $(z + 2)^4 = (z - 1)^4$ ,

(c)  $z^4 - 2z^2 + 2 = 0$ ,

(d)  $z^6 - 21z^3 - 1 = 0$ ,

(e)  $\bar{z}^2 - |\operatorname{Re}(z + i)| = 1$ ,

(f)  $z^2 - |\operatorname{Re}(\bar{z} - i)| = 1$ ,

(g)  $\operatorname{Re}(z^2) + i \operatorname{Re}(z) \operatorname{Arg}(z) = i \operatorname{Arg}(z) + 3$ ,

(h)  $|e^{\frac{1}{z}}| = 1$

(i)  $|z| + 2i|\operatorname{Im}(z)| = 1 + i$ , con  $\operatorname{Re}(z) \leq 0$ ,

(j)  $z^2 + \frac{1}{2} = 0$ , con  $\operatorname{Re}(z) \geq \operatorname{Im}(z)$ ,

3. Calcolare  $\min \{ \operatorname{Im}(z) \mid z^3 = 8i \}$ .