

**INGEGNERIA MECCANICA
CALCOLO DIFFERENZIALE E INTEGRALE IeII
PROVA SCRITTA DEL 28-06-2007**

COMPITO A

Cognome

Nome

Matricola

ESERCIZIO 1

Data la funzione di due variabili $f(x, y) = \log \frac{1+xy}{x+y}$

- 1) determinare il suo dominio di esistenza (è sufficiente rappresentarlo graficamente);
- 2) determinare i suoi punti critici (non è richiesto lo studio della loro natura).

ESERCIZIO 2

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{\cos x}{\sin x+2}y = \frac{1}{\sin x+2} \\ y(\pi) = \pi. \end{cases}$$

ESERCIZIO 3

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x)^{\log x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \sqrt[3]{x}}{\log(1 + \sqrt[5]{x})}.$$

ESERCIZIO 4

Risolvere la seguente equazione nel campo complesso: $z^2 + z = \bar{z}$.

ESERCIZIO 5

Determinare massimi e minimi relativi e assoluti della funzione $f(x) = 3 \cos(2x) + 8 \cos^3 x$ nell'intervallo $[0, \pi]$.

ESERCIZIO 6

Sia $f(x)$ una funzione definita in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ tale che $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1$ e $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +1$. Stabilire quali tra le seguenti funzioni hanno in 0 una discontinuità eliminabile e quali hanno una discontinuità di salto (o di prima specie).

a) $\frac{f(x) + f(-x)}{2}$; b) $\frac{x}{|x|}f(x)$; c) $\frac{\sin x}{x}f(x)$; d) $|f(x)|f(x)$.

**INGEGNERIA MECCANICA
CALCOLO DIFFERENZIALE E INTEGRALE IeII
PROVA SCRITTA DEL 28-06-2007**

COMPITO B

Cognome

Nome

Matricola

ESERCIZIO 1

Data la funzione di due variabili $f(x, y) = \log \frac{1-xy}{x-y}$

- 1) determinare il suo dominio di esistenza (è sufficiente rappresentarlo graficamente);
- 2) determinare i suoi punti critici (non è richiesto lo studio della loro natura).

ESERCIZIO 2

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' - \frac{\sin x}{\cos x+2}y = \frac{1}{\cos x+2} \\ y(\pi) = 2\pi. \end{cases}$$

ESERCIZIO 3

Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\log(x+1)}; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1 + \sqrt[5]{x})}{\sin \sqrt[4]{x}}.$$

ESERCIZIO 4

Risolvere la seguente equazione nel campo complesso: $z^2 - z = \bar{z}$.

ESERCIZIO 5

Determinare massimi e minimi relativi e assoluti della funzione $f(x) = 3 \cos(2x) - 8 \cos^3 x$ nell'intervallo $[0, \pi]$.

ESERCIZIO 6

Sia $f(x)$ una funzione definita in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ tale che $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -1$ e $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +1$. Stabilire quali tra le seguenti funzioni hanno in 0 una discontinuità eliminabile e quali hanno una discontinuità di salto (o di prima specie).

- a) $\frac{f(x) - f(-x)}{2}$; b) $xf(x)$; c) $f(x) \sin x$; d) $\sin f(x)$.