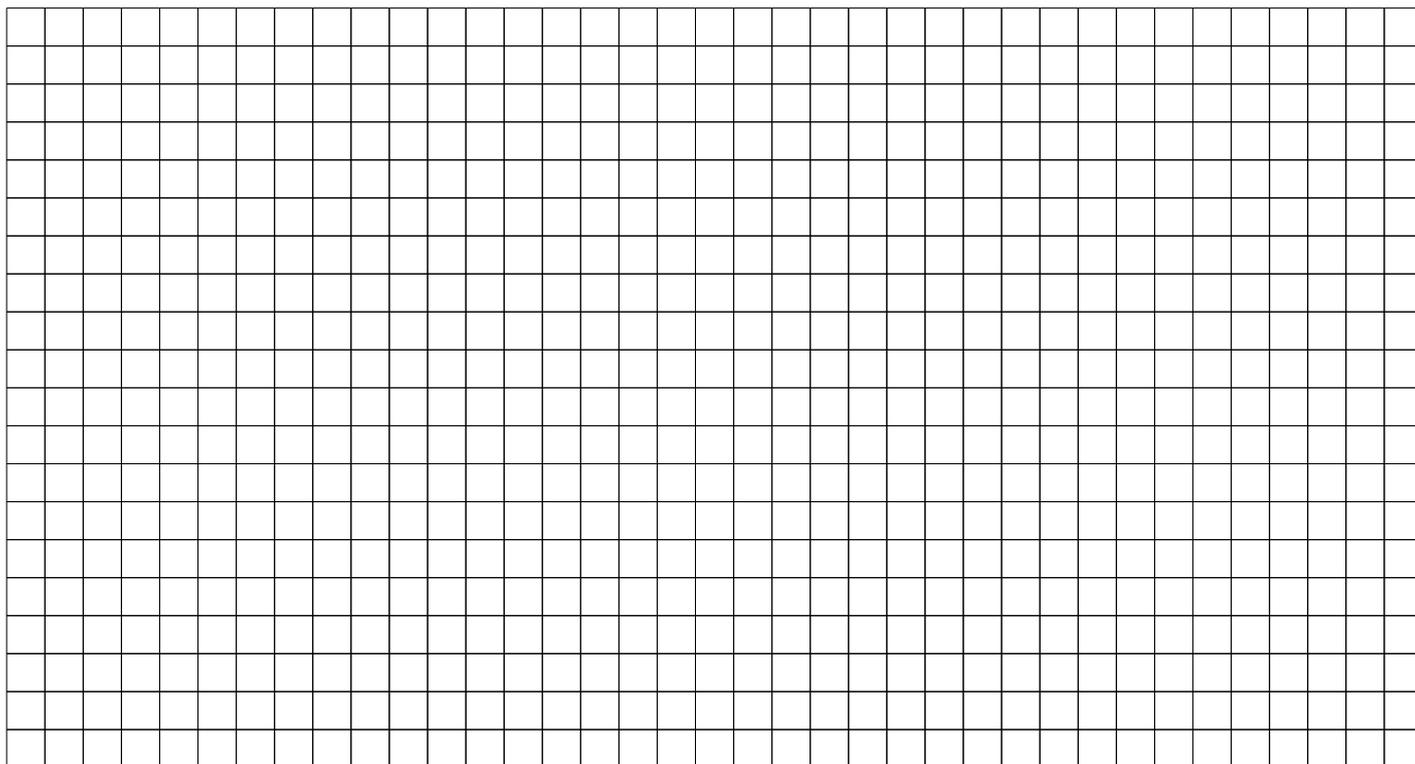


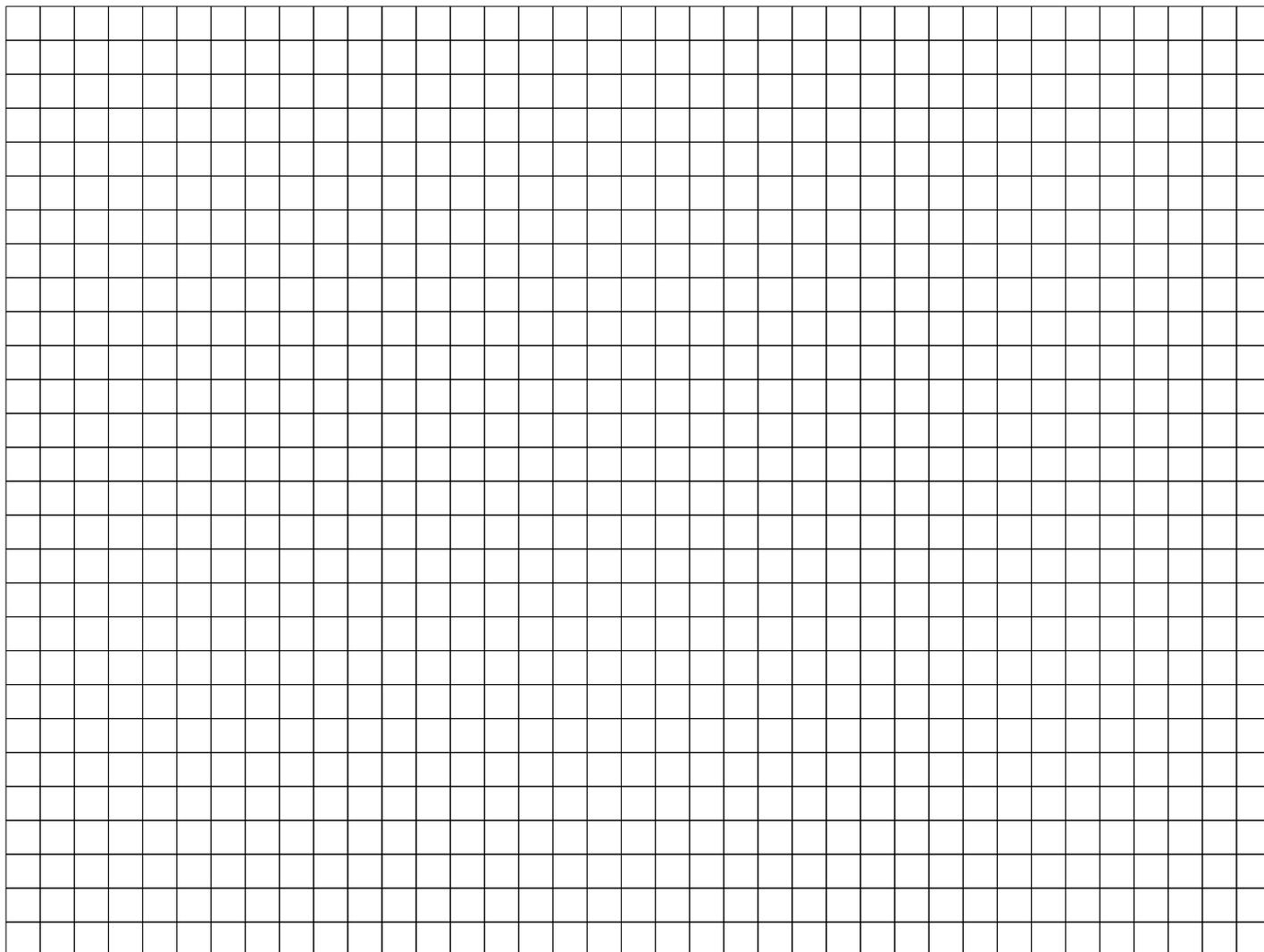
DOMANDA 3. [3 punti]

Enunciare e dimostrare il criterio di Leibniz con stima dell'errore.



ESERCIZIO 2. [4 punti]

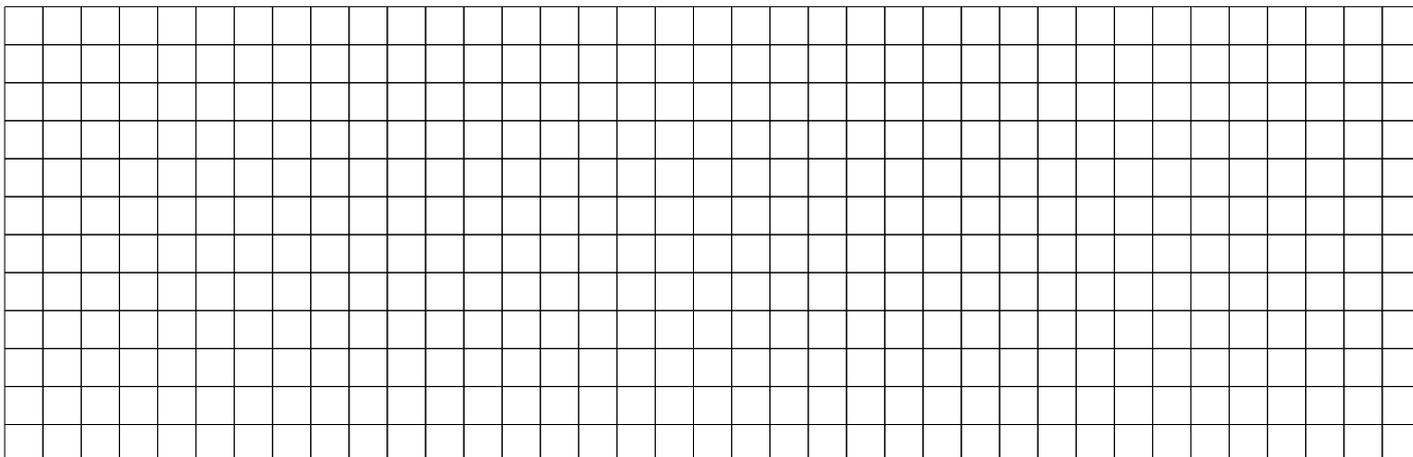
Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0^+$ della funzione $F(x) = \int_0^{\sqrt{x}} t^4 e^{-3t^2} dt$.



ESERCIZIO 3. [5 punti]

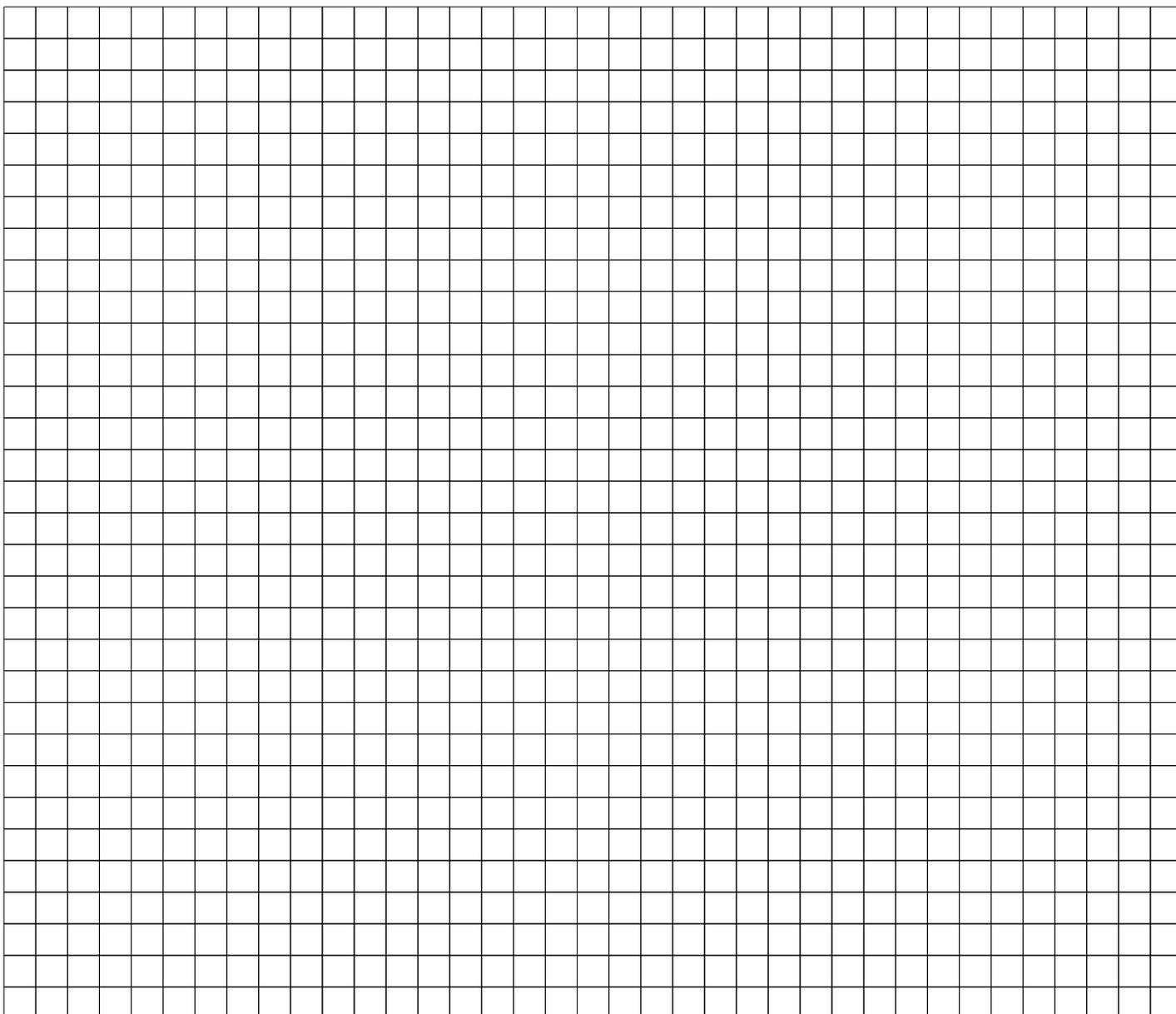
Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il comportamento della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{n}} - \sin \frac{1}{\sqrt[4]{n}} \right).$$



ESERCIZIO 4. [7 punti]

Data la funzione $f(x) = |x \log |x| + x|$ determinare l'insieme di definizione, i limiti agli estremi del dominio, eventuali punti di non derivabilità, gli intervalli di monotonia, eventuali punti di minimo e di massimo, gli intervalli di convessità, eventuali punti di flesso. Tracciare un grafico qualitativo della funzione.



ESERCIZIO 5. [7 punti]

(i) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{x}{x^2 + 1}y + x^3 \\ y(0) = -\frac{2}{3}. \end{cases}$$

(ii) Determinare i valori del parametro α per i quali ogni soluzione $y(x)$ dell'equazione $y' = \frac{x}{x^2 + 1}y + x^3$ verifica la condizione

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{(x^2 + 1)^\alpha} = 0.$$

