. . . .

COGNOME E NOME MATRICOLA FIRMA

ANALISI MATEMATICA I (Ingegneria delle Comunicazioni e Elettronica a.a. 2015-16) ESERCITAZIONE 16.12

Riservato alla correzione

E1	D1	D2	D3	E2	E3	E4	E5	VOTO

ESERCIZIO 1. [2 punti]
Verificare la definizione di limite nel seguente caso: $\lim_{x \to 2} |5 - 3x| = 1$.

DOMANDA 1. [2 punti]
Fornire un esempio di funzione $f(x)$ derivabile in un intervallo I tale che $f \notin C^1(I)$.

DOMANDA 2. [3 punti]
Enunciare e dimostrare il criterio del confronto per integrali impropri.

DOMANDA 3. [3 punti]
Enunciare e dimostrare il criterio di Leibniz con stima dell'errore.

ESERCIZIO 2. [4 punti]

Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0^+$ della funzione $\quad F(x) = \displaystyle\int_0^{\sqrt{x}} t^4 e^{-3t^2}\, dt\,.$

ESERCIZIO 3. [5 punti]
Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il comportamento della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{n}} - \sin \frac{1}{\sqrt[4]{n}} \right) .$$

ESERCIZIO 4. [7 punti]
Data la funzione $f(x) = \big|x \log |x| + x\big|$ determinare l'insieme di definizione, i limiti agli estremi del dominio, eventuali punti di non derivabilità, gli intervalli di monotonia, eventuali punti di minimo e di massimo, gli intervalli di convessità, eventuali punti di flesso. Tracciare un grafico qualitativo della funzione.

ESERCIZIO 5. [7 punti]
(i) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{x}{x^2+1}y + x^3 \\ y(0) = -\dfrac{2}{3}\,. \end{cases}$$

(ii) Determinare i valori del parametro α per i quali ogni soluzione $y(x)$ dell'equazione $y' = \dfrac{x}{x^2+1}y + x^3$ verifica la condizione

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{(x^2+1)^\alpha} = 0\,.$$