. . . .

COGNOME E NOME MATRICOLA FIRMA

ANALISI MATEMATICA (Ingegneria Gestionale a.a. 2014-15) ESEMPIO

Riservato alla correzione

E1	D1	D2	D3	E2	E3	E4	E5	VOTO

ESERCIZIO 1. [2 punti]
Risolvere l'equazione $z^4 = -i$.

DOMANDA 1. [2 punti]
Fornire un esempio di funzione limitata definita in $\mathbb{R}$, che non ammette massimo assoluto e minimo assoluto in $\mathbb{R}$ e tale che $\inf_{x\in\mathbb{R}} f(x) = -\pi$ e $\sup_{x\in\mathbb{R}} f(x) = \pi$.

DOMANDA 2. [3 punti]
Enunciare e dimostrare il criterio di integrabilità.

DOMANDA 3. [3 punti]
Spiegare il ruolo della matrice hessiana nello studio degli estremi locali per funzioni di due variabili reali.

ESERCIZIO 2. [4 punti]
Dimostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ e per ogni $x < 1/2$ si ha $\quad D^n \log\left(\frac{1}{1-2x}\right) = \frac{2^n (n-1)!}{(1-2x)^n}$.

ESERCIZIO 3. [5 punti]

Studiare il comportamento della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2} \operatorname{sen} \frac{1}{n^{1/6}}}$.

ESERCIZIO 4. [7 punti]

Tracciare un grafico qualitativo della funzione $\displaystyle f(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1+\pi t^3}}\, dt\,, \quad x \geq 0.$

In particolare, provare che f ha un asintoto orizzontale di equazione $y = L$ con $0 < L \leq 1 + \dfrac{2}{\sqrt{\pi}}$.

ESERCIZIO 5. [7 punti]

(i) Determinare la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy $\begin{cases} y' + 2y = 5xe^{3x} \\ y(0) = -\dfrac{1}{5}\,. \end{cases}$

(ii) Determinare i valori del parametro α per i quali l'integrale $\displaystyle\int_1^{+\infty} y(x)e^{\alpha x}\ dx$ è convergente.