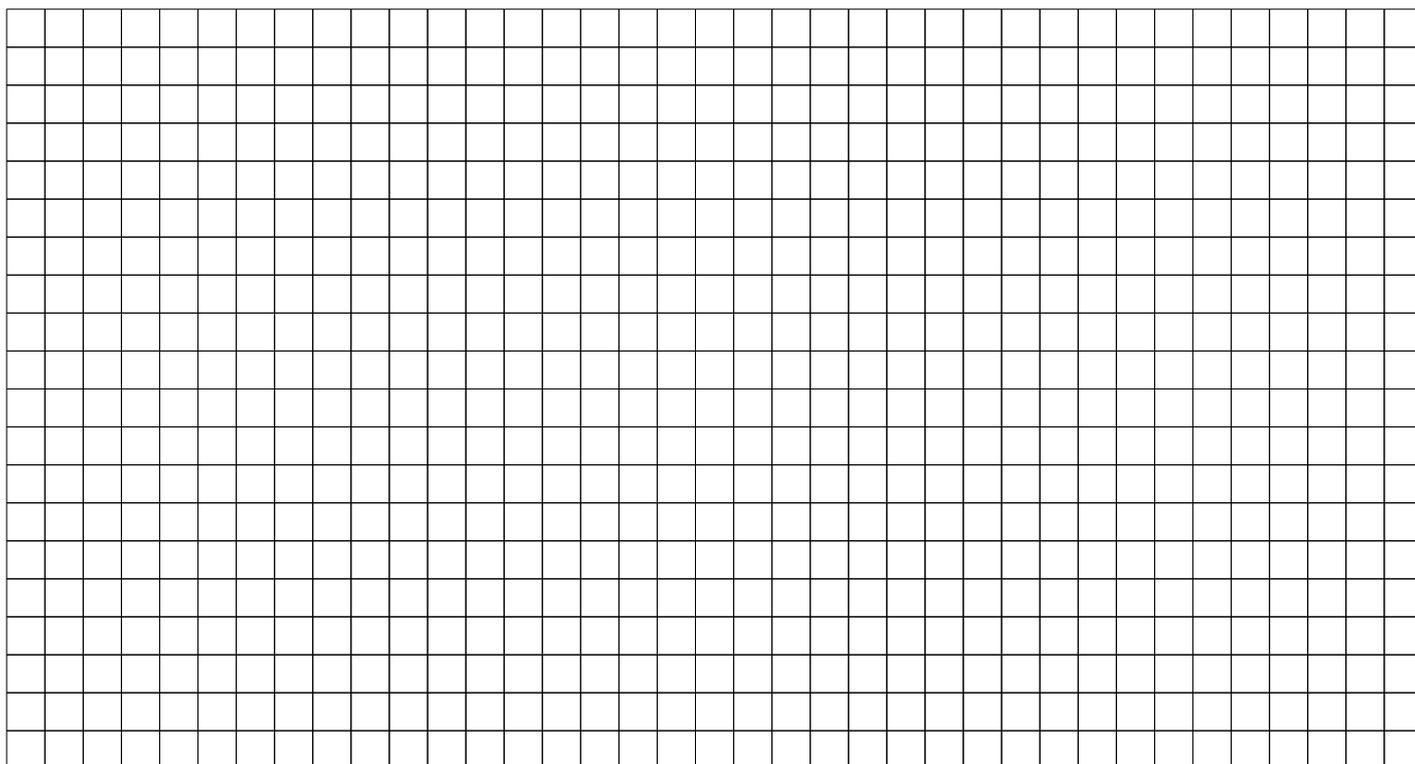




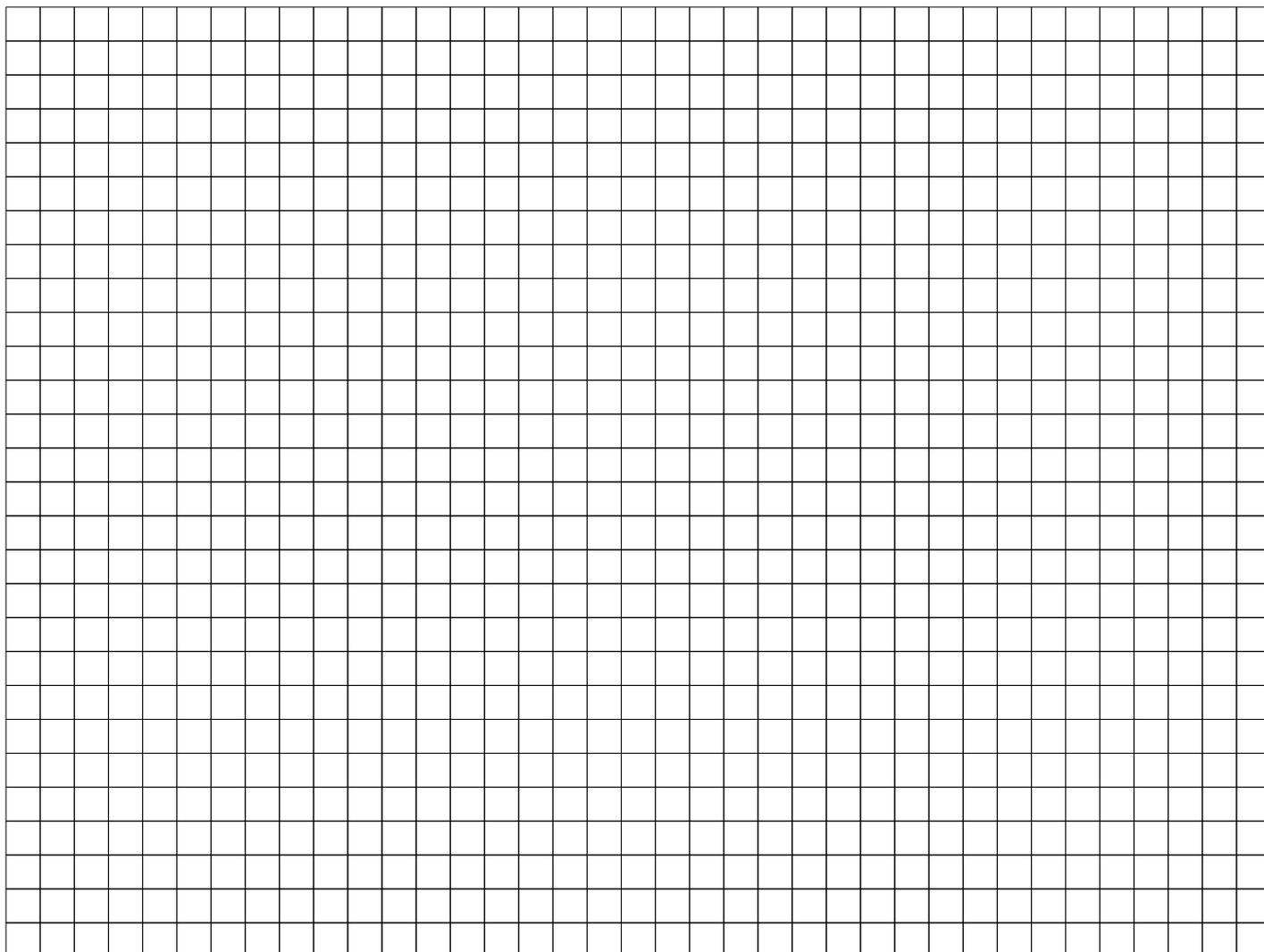
**DOMANDA 3.** [3 punti]

Spiegare il ruolo della matrice hessiana nello studio degli estremi locali per funzioni di due variabili reali.



**ESERCIZIO 2.** [4 punti]

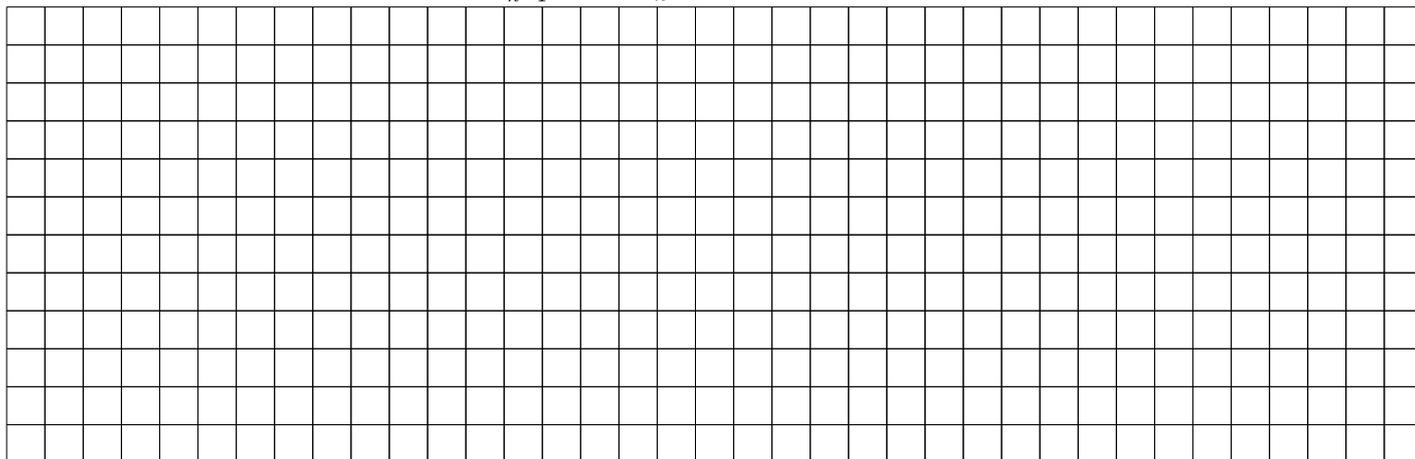
Dimostrare che per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e per ogni  $x < 1/2$  si ha  $D^n \log \left( \frac{1}{1-2x} \right) = \frac{2^n (n-1)!}{(1-2x)^n}$ .



**ESERCIZIO 3.** [5 punti]

Studiare il comportamento della serie

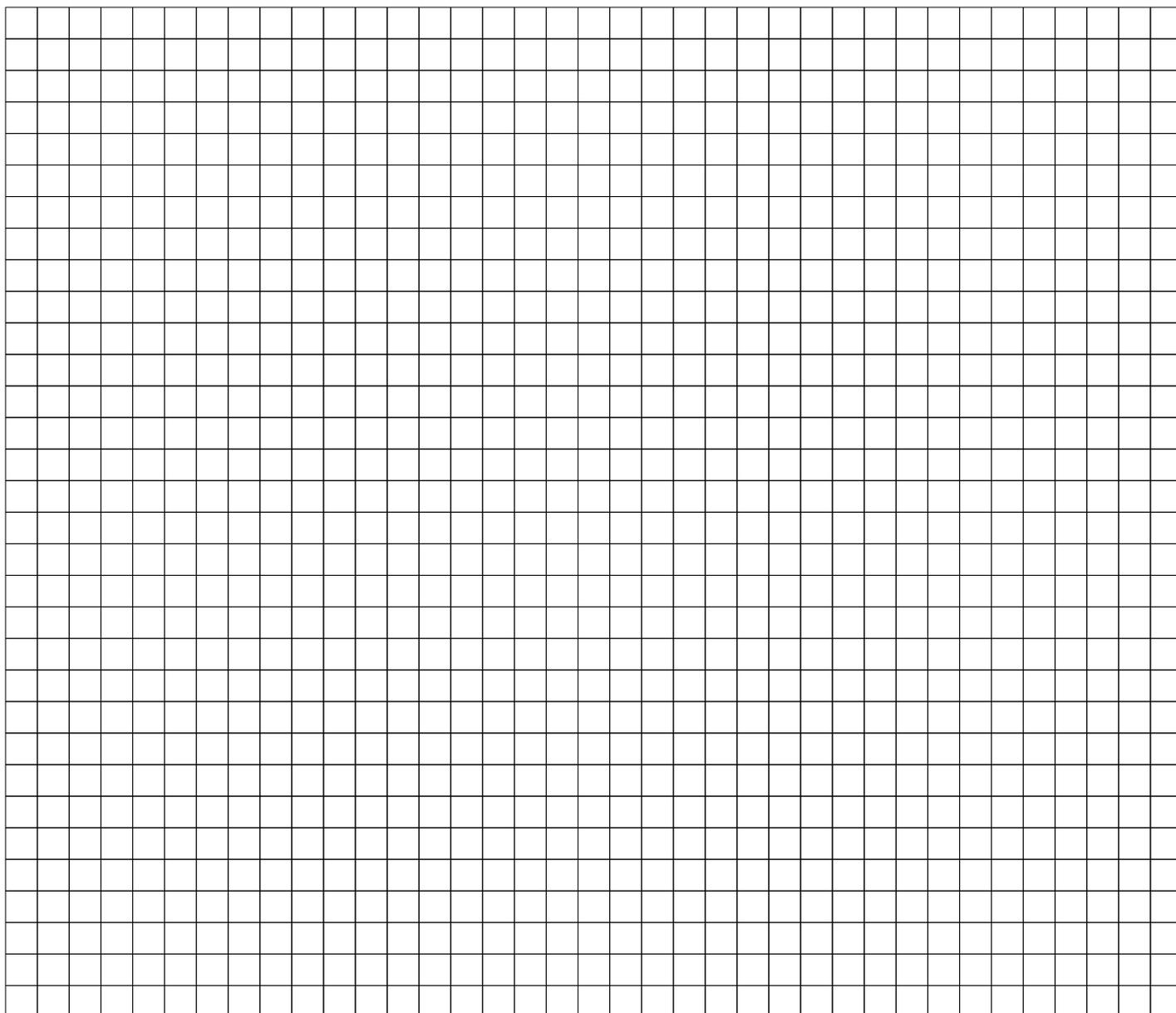
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2} \operatorname{sen} \frac{1}{n^{1/6}}}.$$



**ESERCIZIO 4.** [7 punti]

Tracciare un grafico qualitativo della funzione  $f(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1 + \pi t^3}} dt$ ,  $x \geq 0$ .

In particolare, provare che  $f$  ha un asintoto orizzontale di equazione  $y = L$  con  $0 < L \leq 1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}}$ .



**ESERCIZIO 5.** [7 punti]

(i) Determinare la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy 
$$\begin{cases} y' + 2y = 5xe^{3x} \\ y(0) = -\frac{1}{5}. \end{cases}$$

(ii) Determinare i valori del parametro  $\alpha$  per i quali l'integrale  $\int_1^{+\infty} y(x)e^{\alpha x} dx$  è convergente.

