Simulazione prova d'esame scritta del corso di
ANALISI MATEMATICA I (12 CFU) - Canale I Anno Accademico 2018-19
Ingegneria Informatica e Automatica - Sapienza Università di Roma .

ISTRUZIONI

1. Il tempo della prova è di tre ore.
2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**

Esercizio 1 (4 punti)
Calcolare il seguente limite usando gli sviluppi di Taylor

$$\lim_{x\to 0} \frac{\log(\cos(x^2-x))}{e^{3x-2x^2}-\frac{\tan(3x^2)}{x}-1}.$$

...

Esercizio 2 (5 punti)
Data la funzione

$$f(x) = e^{-\log\left(\frac{3x-6}{x^2+4x-5}\right)},$$

determinarne l'insieme di definizione e il segno; stabilire se $f(x)$ è una funzione pari, dispari, periodica o nessuna delle precedenti; studiare la continuità di $f(x)$ nel suo insieme di definizione, calcolare i limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, eventuali punti di non derivabilità, eventuali massimi e minimi relativi. Tracciare un grafico qualitativo della funzione.

...

Esercizio 3 (4 punti)
Dopo aver verificato la condizione necessaria di convergenza, studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k^3+1}-\sqrt{k^3}}{\log(k+1)}.$$

...

Esercizio 4 (4 punti)
Calcolare il seguente integrale

$$\int_\Omega xy\,dx\,dy,$$

dove $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x < 1, x-1 < y < x^2\}$.

...

Esercizio 5 (4 punti)
Studiare continuità e differenziabilità in $(0,0)$ della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{\frac{xy^6}{x^3+y^9}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

...

Domanda 1 (4 punti) Sia $X \subset \mathbb{R}$. Scrivere la definizione di punto di accumulazione per X e la definizione di limite di una funzione con dominio X e codominio $\mathbb{R}$.

...

Domanda 2 (2 punti) Dimostrare che il seguente problema di Cauchy ammette un'unica soluzione in $\mathbb{R}^+$ (senza calcolarla)

$$\begin{cases} y' = \log(x)y + \arctan(x+2) \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

...

Domanda 3 (3 punti) Dimostrare per induzione che $n! > 2^{n+1}$ per ogni $n \geq 5$.