GHIZZETTI - ROSATI

 Complementi ed esercizi di Analisi Matematica - vol. 1 - VESCHI 1991

$$\overset{*}{=} e^{\lim\limits_{x\to 0} \frac{\frac{x}{1+x^2}}{\sin x \cos x}} = e^{\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} \lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{(1+x^2)\cos x}} = e.$$

9.31 - *Dimostrare che:*

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-\frac{x^2+1}{x+1}\right)=1, \qquad \lim_{x\to+\infty} x^{\log\left(1+\frac{1}{x}\right)}=1,$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{e-(1+x)^{\frac{1}{x}}}{x}=\frac{e}{2}, \qquad \lim_{x\to+\infty}\left[x-x^2\log\left(1+\frac{1}{x}\right)\right]=\frac{1}{2},$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{2\sqrt{1+x}-2\cos x-x}{(\operatorname{arctg} x)^2}=\frac{3}{4}, \qquad \lim_{x\to 0+}(\operatorname{arctg} x)^{\operatorname{tg} x}=1,$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-x^x}{1-x+\log x}=2, \qquad \lim_{x\to 0+}\log x\,[\log(1+x)]^2=0,$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-}(\operatorname{tg} x)^{\frac{1}{\log\cos x}}=\frac{1}{e}, \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\log(1+x+x^2)+\log(1-x+x^2)}{\sin^2 x}=1,$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x^2}+\cos x-2}{(\arcsin x)^4}=-\frac{1}{12}, \qquad \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\log x}{x}\right)^{\frac{1}{x}}=1,$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}\sqrt{1+x}-e}{x^2}=\frac{e}{12}, \qquad \lim_{x\to 0}\left(\frac{\operatorname{tg} x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}=\sqrt[3]{e},$$

$$\lim_{x\to 1-}\frac{(\log x)^{\frac{2}{3}}+(1-x^2)^{\frac{3}{4}}}{[\sin(x-1)]^{\frac{2}{3}}}=1.$$

9.32 -*Si dimostri che, per $x\to 0$, la funzione $(\cos x)^{\operatorname{cotg}^2 x}-1/\sqrt{e}$ e' un infinitesimo del 2° ordine.*

Applicando la regola di De L'Hospital si trova che

$$\lim_{x\to 0}(\cos x)^{\operatorname{cotg}^2 x}=\frac{1}{\sqrt{e}};$$