PROGRAMMA (PRELIMINARE) DI ANALISI MATEMATICA 1

Cenni di teoria degli insiemi. Insiemi numerici: numeri naturali, interi, razionali, reali. Maggioranti e minoranti, massimo e minimo, estremo superiore e inferiore. Valore assoluto e sue proprietà. Radicali. Potenze. Logaritmi. Numeri complessi. Operazioni sui numeri complessi. Rappresentazione trigonometrica dei numeri complessi. Moltiplicazione e divisione in rappresentazione trigonometrica. Formula di De Moivre. Radici n-esime di un numero complesso. Teorema fondamentale dell'algebra, e sua applicazione alla scomposizione di polinomi reali. Cenni sul principio di induzione.
Funzioni, dominio, codominio, immagine, grafico. Funzioni limitate. Funzioni composte. Funzioni iniettive, suriettive, biettive. Funzione inversa. Funzioni crescenti, decrescenti, strettamente crescenti, strettamente decrescenti, monotone, strettamente monotone. Le funzioni trigonometriche, le funzioni trigonometriche inverse. Funzioni pari e dispari. Funzioni elementari: potenze, esponenziali, logaritmi. Semplici trasformazioni di grafici.
Distanza euclidea in R. Intorni. Punti di accumulazione, punti isolati. Proprietà verificate definitivamente. Limiti di funzioni reali di una variabile reale. Unicità del limite. Infiniti e infinitesimi. Limiti destro e sinistro, per eccesso e per difetto. Proprietà elementari dei limiti: teorema della permanenza del segno, teorema del confronto, limiti notevoli. Aritmetica dei limiti. Estensione a limiti infiniti, divisione per zero, etc. Forme indeterminate e loro risoluzione. Cambiamento di variabili nei limiti, limite di funzione composta. Limiti di funzioni monotone. Limiti di potenze, esponenziali, logaritmi. Limiti notevoli, e loro uso.
Limiti di successioni. Successioni convergenti, divergenti, irregolari. Teorema della permanenza del segno. Limitatezza delle successioni convergenti. Successioni (definitivamente) monotone, e loro limite. Limiti notevoli sulle successioni. Il numero e. Sottosuccessioni. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Successioni di Cauchy. Serie numeriche. Serie convergenti, divergenti, irregolari. Somma di una serie. Condizione necessaria per la convergenza di una serie. Serie armonica, serie armonica generalizzata. Serie geometrica. Serie a termini positivi. Criteri del confronto, del confronto asintotico, del rapporto e della radice. Serie a termini di segno alterno. Criterio di Leibniz. Serie a termini di segno

qualsiasi. Serie di potenze. Convergenza assoluta. Serie di potenze. Raggio di convergenza di una serie di potenze.
Uso degli “o piccoli” (simboli di Landau). Confronto tra infiniti e infinitesimi. Funzioni asintoticamente equivalenti. Ordine di infiniti e infinitesimi. Ulteriori limiti notevoli su esponenziali e logaritmi, e loro uso. Funzioni iperboliche e loro inverse. Teorema “ponte” tra limiti di funzioni e di successioni, e sua applicazione per la non esistenza di limiti. Asintoti orizzontali, verticali, obliqui.
Funzioni continue in un punto, in un intervallo. Continuità da destra e da sinistra. Continuità di somma, prodotto, rapporto, valore assoluto, composizione di funzione continue. Teorema della permanenza del segno per funzioni continue. Classificazione dei punti di discontinuità. Discontinuità di funzioni monotone. Teorema di esistenza degli zeri. Teorema dei valori intermedi. Immagine di una funzione continua su un intervallo. Stretta monotonia delle funzioni continue e invertibili in un intervallo. Continuità della funzione inversa. Funzioni continue in un intervallo chiuso e limitato. Teorema di Weierstrass.
Calcolo differenziale di funzioni da R in R: Derivata di una funzione in un punto, interpretazione geometrica, retta tangente al grafico di una funzione. Continuità delle funzioni derivabili. Derivata destra e sinistra. Flessi a tangente verticale, cuspidi, punti angolosi. Regole per la derivata di somme, prodotti, rapporti. Derivata di una funzione composta. Derivata della funzione inversa. Derivate delle funzioni elementari. Calcolo di derivate. Estremi locali e derivate. Punti critici. Teorema di Fermat sugli estremi locali. Determinazione degli estremi assoluti di una funzione continua in un intervallo chiuso e limitato. Teoremi di Lagrange e di Rolle e loro significato geometrico. Teorema di Cauchy. Criteri di monotonia e stretta monotonia. Uso delle derivate per provare identità e disuguaglianze. Teorema di De L’Höpital e suo uso per la risoluzione dei limiti. Derivate successive. Funzioni convesse e concave, strettamente convesse e strettamente concave. Continuità e derivabilità delle funzioni convesse. Criteri di convessità e concavità. Flessi. Studio di funzione. Polinomi di Taylor e di MacLaurin. Sviluppi di MacLaurin delle principali funzioni. Teorema di Peano. Uso dei polinomi di Taylor per il calcolo dei limiti e per la determinazione dell’ordine di infinito/infinitesimo. Studio dei punti stazionari mediante le derivate successive. Forma di Lagrange del resto di Taylor e applicazioni al calcolo approssimato. Serie di Taylor. Serie di Taylor delle funzioni elementari. Derivazione per serie.
Integrali: Integrale di Riemann. Integrabilità delle funzioni monotone. Integrabilità delle funzioni continue. Proprietà dell’integrale. Valor

medio. Teorema della media. Funzioni integrali. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Derivazione di funzioni integrali. Funzioni primitive. Integrali indefiniti. Formula fondamentale per il calcolo degli integrali. Relazione tra integrali definiti e indefiniti. Tabella degli integrali indefiniti. Integrazione per parti. Integrazione di funzioni razionali. Integrazione per sostituzione. Sostituzioni speciali. Formule ricorsive di integrazione.
Nota: Ulteriori informazioni nella Home Page del docente.