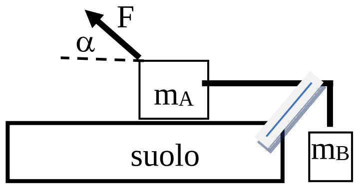
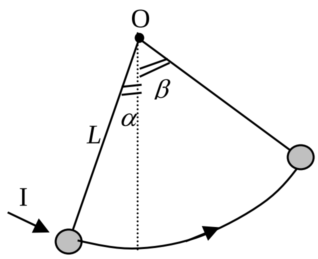
Università di Roma "La Sapienza"
Facoltà di Ingegneria
FISICA
A.A. 2013-2014
Ingegneria Gestionale (M-Z)
Esonero del 9 Maggio 2014

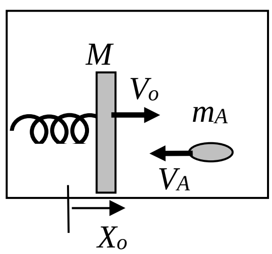
2. Una massa m_A=5 kg è posta su un piano orizzontale scabro con coefficiente di attrito statico μs=0.3 e coefficiente di attrito dinamico μd=0.2. Una seconda massa m_B=1 kg è collegata alla prima mediante una fune ideale ed è libera di muoversi in verticale mediante una carrucola liscia. Alla massa m_A è inoltre applicata una forza costante F con direzione formante un angolo α=10° con l'orizzontale.
a) si discuta per quali valori del modulo di F il sistema si sposta vincendo l'attrito statico.
b) si determini l'accelerazione con cui il sistema si muove nelle condizioni di primo distacco



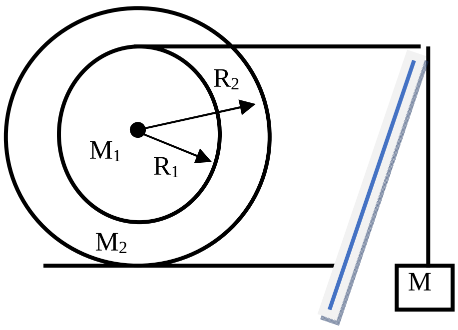
3. Un pendolo semplice è costituito da una massa m=1kg e da un filo di massa trascurabile e di lunghezza L=60cm. Esso è messo in oscillazione da un impulso diretto lungo il moto di intensità I=2 kg m/s che agisce quando il pendolo è fermo ed inclinato di un angolo α=10° rispetto alla verticale. Determinare l'angolo di oscillazione massima β del pendolo dopo l'impuso e la tensione massima del filo.



4. Un piattello di massa M=3 kg, attaccato ad una molla di massa trascurabile di costante elastica k=20 N/m, è messo in oscillazione lungo un piano liscio orizzontale. Una proiettile di massa m_A=100g viaggia alla velocità V_A=100m/s impattando contro il piattello quando esso transita fuori dalla sua posizione di equilibrio in X_o=3cm con una velocità V_o=5m/s. L'urto è perfettamente anelsatico. Determinare la nuova velocità del sistema piattello proiettile, la nuova ampiezza di oscillazione, l'energia persa durante l'urto.



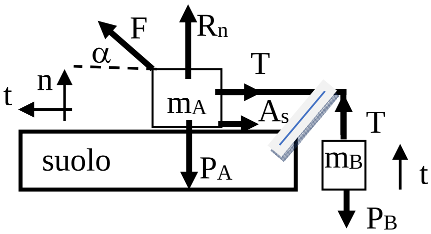
5. Un corpo rigido costituito da due dischi massicci concentrici di massa M_1=5kg ed M_2=10kg e raggi R_1=1m ed R_2=1.5m rotola senza strisciare lungo un piano orizzontale scabro sotto l'azione di un peso M collegato al disco interno mediante una fune inestensibile e di massa trascurabile. Si determini l'accelerazione di caduta della massa M=15kg, ed il minimo coefficiente di attrito statico fra il piano ed il corpo che garantisca il puro rotolamento di



Università di Roma "La Sapienza"
Facoltà di Ingegneria
FISICA
A.A. 2013-2014
Ingegneria Gestionale (M-Z)
Soluzione dell'esonero del 9 Maggio 2014

2. Applicando il secondo principio per ogni blocco si ottiene in condizione statica:

massa $\mathbf{m_B}$; $t)\ T - m_B g = 0$



massa $\mathbf{m_A}$; $\begin{cases} t)\ \ F\cos\alpha - T - A_s = 0 \\ n)\ \ R_n + F sen\alpha - m_A g = 0 \end{cases}$

sommando le equazioni lungo l'asse t per tutte le masse si ottiene l'espressione dell'attrito

$A_s = F\cos\alpha - m_B g$ soggetta alla verifica $A_s \le \mu_s R_n = \mu_s (m_A g - F\sin\alpha)$

da cui si ottiene il range di valori che garantiscono la statica $F \le \dfrac{\mu_s m_A + m_B}{\cos\alpha + \mu_s \sin\alpha} g = \mathbf{23.6\ N}$

la forza minima per avere il primo distacco $\mathbf{F_{min}=23.6\ N}$

Applicando il secondo principio si ottiene in condizione dinamica:

massa $\mathbf{m_B}$; $t)\ T - m_B g = m_A a$

massa $\mathbf{m_A}$; $\begin{cases} t)\ \ F_{\min}\cos\alpha - T - A_d = m_B a \\ n)\ \ R_n + F_{\min} sen\alpha - m_A g = 0 \end{cases}$

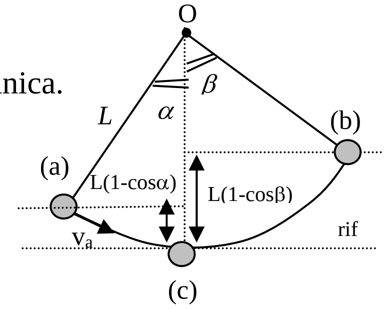
sommando le equazioni si ottiene l'**accelerazione** $a = \dfrac{F_{\min}\cos\alpha - m_B g - \mu_d (m_A g - F_{\min} sen\alpha)}{m_A + m_B} =$

$$\frac{F_{\min}(\cos\alpha + \mu_d sen\alpha) - (m_B + \mu_d m_A) g}{m_A + m_B} = g\frac{m_B + \mu_d m_A}{m_A + m_B}\left[\left(\frac{1+\mu_d \tan\alpha}{1+\mu_s \tan\alpha}\right)\left(\frac{m_B + \mu_s m_A}{m_B + \mu_d m_A}\right) - 1\right] = \mathbf{0.748\ m/s^2}$$

3. L'impulso produce una variazione della quantità di moto nel punto (a)

$I = p_f - p_i = m v_a$ dove $p_i=0$ da cui si ricava $v_a = I/m$

L'angolo massimo si ottiene imponendo la conservazione dell'energia meccanica.



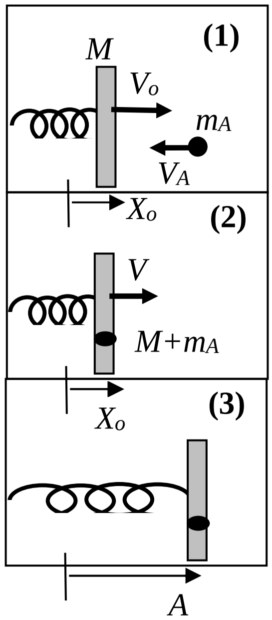
$U_A + T_A = U_B + T_B$ ossia $\dfrac{1}{2} m v_a^2 + mgL(1-\cos\alpha) = mgL(1-\cos\beta)$

da cui l'**oscillazione massima** è $\beta = \arccos\left[\cos\alpha - \dfrac{I^2}{2m^2 gL}\right] = \mathbf{49°52'}$

La **tensione massima** si ottiene quando il pendolo è nella posizione verticale (c)

$T_{\max} = mg + \dfrac{m v_c^2}{L} = mg(3 - 2\cos\beta) = \mathbf{16.8\ N}$

4. L'intero processo viene scomposto in due fenomeni distinti consecutivi:
4.1 l'urto anelastico tra il proiettile ed il piattello in cui viene conservata la quantità di moto del sistema (particolari 1 e 2 in figura);
4.2 il fenomeno di oscillazione del sistema in cui viene conservata l'energia meccanica (particolari 2 e 3).



a) **nuova velocità del sistema piattello/proiettile**
V_A: velocità proiettile prima dell'urto
V_o: velocità blocco prima dell'urto
V: velocità del sistema piattello/proiettile dopo l'urto

$$MV_o - m_A V_A = (M + m_A)V \quad \text{da cui} \quad V = \frac{MV_o - m_A V_A}{M + m_A} = \mathbf{1.61\ m/s}$$

(nella direzione dell'asse x)

b) **energia persa a causa dell'urto**

Energia cinetica prima dell'urto: $T_1 = \frac{1}{2}MV_o^2 + \frac{1}{2}m_A V_A^2 =$ **537.5 J**

Energia cinetica dopo l'urto: $T_2 = \frac{1}{2}(M + m_A)V^2 = \frac{1}{2}\frac{(MV_o - m_A V_A)^2}{M + m_A}$ **=4 J**

Perdita di energia a causa dell'urto:

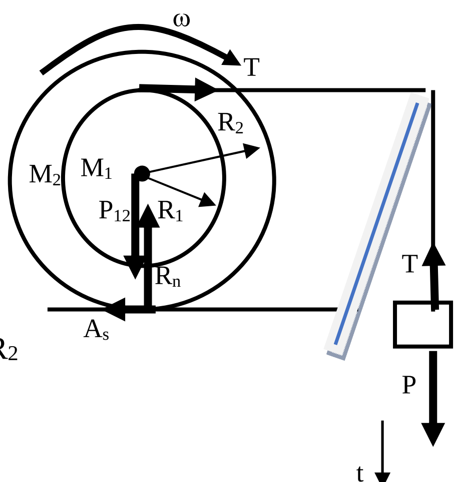
$$T_1 - T_2 = \frac{1}{2}\frac{M(M + m_A)V_o^2 + m_A(M + m_A)V_A^2 - (MV_o - m_A V_A)^2}{M + m_A} = \frac{1}{2}\frac{M \cdot m_A}{M + m_A}(V_O + V_A)^2 = \mathbf{533.5\ J}$$

c) **nuova velocità del sistema piattello/proiettile**

E_2: energia meccanica immediatamente dopo urto: $E_2 = \frac{1}{2}(M + m_A)V^2 + \frac{1}{2}kX_o^2$

E_3: energia meccanica alla massima elongazione : $E_3 = \frac{1}{2}kA^2$

Imponendo $E_2 = E_3$ si ottiene la massima elongazione $A = \sqrt{X_o^2 + \frac{M + m_A}{k}V^2}$ **=64 cm**



5. Studio del rotolamento della ruota

1ª cardinale: $\begin{cases} n) & R_n = P_{12} = (M_1 + M_2)g \\ t) & T - A_s = (M_1 + M_2)a_c \end{cases}$ (Eq.1)

2ª cardinale (rispetto ad un asse per C): $A_S R_2 + TR_1 = I_{tot}\alpha$ (Eq.2)
(dove per la condizione di puro rotolamento $\omega = V_c/R_2$ da cui $\alpha = a_c/R_2$

Studio delle forze sul blocco M

t) $P - T = Ma = M\frac{dv}{dt} = M\frac{d}{dt}(V_c + \omega R_1) = M(a_c + \alpha R_1) = Ma_c(1 + R_1/R_2) = Ma_c\frac{R_1 + R_2}{R_2}$ (Eq.3)

Sommando la Eq.(2) con la Eq.(1) moltiplicata per R_2 si riesce ad elimina il termine di attrito ricavando l'espressione della tensione T: $T = \dfrac{(M_1 + M_2)R_2^2 + I_{tot}}{(R_1 + R_2)R_2} a_C$

che inserita nell'Eq.(3) porta $a_c = g\left[\dfrac{M(R_1 + R_2)R_2}{M(R_1 + R_2)^2 + (M_1 + M_2)R_2^2 + I_{tot}}\right] =$ **3.9 m/s²**

dove il momento di inerzia dei due dischi rispetto al centro di massa è : $I_{tot} = \dfrac{1}{2} M_1 R_1^2 + \dfrac{1}{2} M_2 R_2^2$

ossia ad una accelerazione di caduta del grave $a = a_c \dfrac{R_1 + R_2}{R_2} =$ **6.5 m/s²**

da cui la tensione della fune $T = M(g - a) =$ **49.4 N**

da cui l'attrito statico $A_s = T - (M_1 + M_2)a_C =$ **-9.1 N**
(l'attrito è quindi diretto nel senso opposto a quello indicato in figura)

Ed infine la condizione sul coefficiente di attrito minimo $\mu_s \geq \dfrac{|A_s|}{R_n} = 0.062$