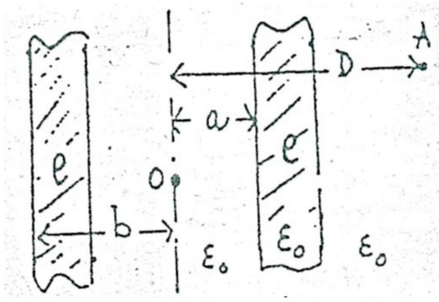
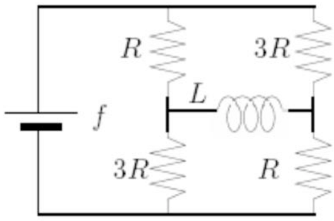
UNIVERSITA' DEGLI STUDI di ROMA "LA SAPIENZA"
Anno Accademico 2013 – 2014 – Ing. Aerospaziale
Esame di Fisica II (ord. 270, 9 CFU)), esercizi A1, A2, A3, A4, domande B1, B2
Esame di Elettromagnetismo (ord. 509, 6 CFU), esercizi A1, A2, A3, domande B1, B2, B3
Prova scritta del 13 Novembre 2014

A1) All'interno di un lungo guscio cilindrico rettilineo, di raggio interno a e di raggio esterno b, come in figura, è distribuita una carica elettrica con densità volumica uniforme ϱ. Ricavare l'espressione della d.d.p. V(O)-V(A) tra un punto O dell'asse del guscio ed un punto A a distanza D>b dall'asse stesso.



A2) Calcolare la densità di carica di polarizzazione che si genera sulla superficie di un dielettrico isotropo ed omogeneo, di costante dielettrica relativa ε_r, quando, dal lato del vuoto, è presente un campo elettrico E_0, che forma un angolo θ_1 con la normale alla superficie.

A3) Nel circuito rappresentato in figura, calcolare l'energia immagazzinata nell'induttanza una volta raggiunte le condizioni stazionarie.



A4) Un conduttore cilindrico molto lungo, di raggio R, è percorso da una corrente con densità j distribuita uniformemente sulla sezione. Calcolare l'energia magnetica immagazzinata all'interno di un tratto di lunghezza L di conduttore.

Rispondere ai seguenti quesiti:

B1) Ricavare le relazioni tra la densità di carica di polarizzazione superficiale e di volume e il vettore intensità di polarizzazione per un dielettrico.

B2) Ricavare l'espressione della legge di Ohm microscopica.

B3) Determinare se una particella carica che si muove su una traiettoria circolare a causa di un campo magnetico applicato può acquistare energia dal campo stesso.

Soluzioni

A1)

PER IL TEOREMA DI GAUSS E LA SIMMETRIA CILINDRICA, PER UNA SUPERFICIE CHIUSA CILINDRICA COASSIALE DI ALTEZZA h SI HA:

$r < a \qquad E = 0$

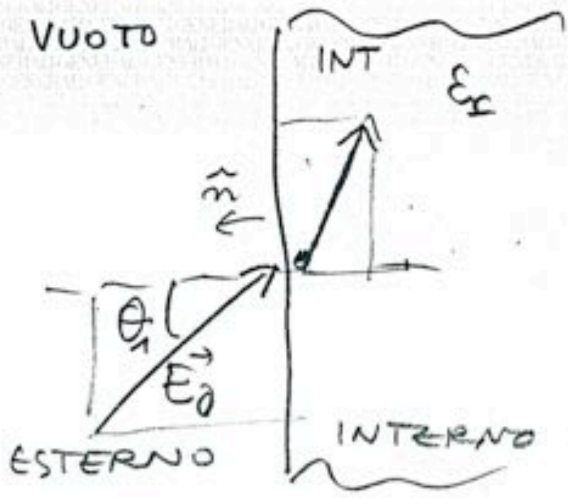
$a < r < b \qquad \begin{cases} \phi(E) = E(r)\, 2\pi r h = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho \pi (r^2 - a^2) h \\ E(r) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(r - \frac{a^2}{r}\right) \end{cases}$

$r > b \qquad \begin{cases} \phi(E) = E(r)\, 2\pi r h = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\pi (b^2 - a^2) h \\ E(r) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}(b^2 - a^2)\frac{\hat{r}}{r} \end{cases}$

$$V(0) - V(A) = \frac{\varepsilon}{2\varepsilon_0}\int_a^b \left(r - \frac{a^2}{r}\right) dr + \frac{\rho}{2\varepsilon_0}(b^2 - a^2)\int_b^D \frac{dr}{r} =$$

$$= \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left[\frac{(b^2 - a^2)}{2} - a^2 \ln\left(\frac{b}{a}\right) + (b^2 - a^2)\ln\left(\frac{D}{b}\right)\right]$$

A2)



$E_0,\ \theta,\ \varepsilon_r$

$?\ \sigma_P$

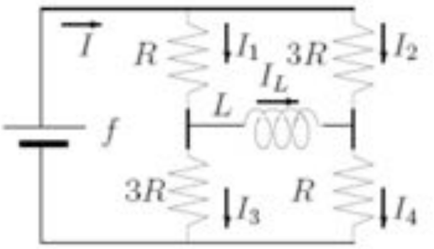
$$\left.\begin{aligned} \sigma_P &= \vec{P} \cdot \hat{n} \\ \vec{P} &= \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}^{(INT)} \end{aligned}\right\} \sigma_P = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1) E_n^{(INT)}$$

$$D_{n1} = D_{n2} \longrightarrow \cancel{\varepsilon_0} E_0 \cos\theta_1 = \cancel{\varepsilon_0}\varepsilon_r E_n^{(INT)}$$

$$E_n^{(INT)} = \frac{E_0 \cos\theta_1}{\varepsilon_r}$$

$$\sigma_P = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\frac{E_0 \cos\theta_1}{\varepsilon_r}$$

A3)



$$I = \frac{2f}{3R} \qquad I_1 = I_4 = \frac{f}{2R} \qquad I_2 = I_3 = \frac{f}{6R}$$

$$I_L = I_1 - I_3 = \frac{f}{2R}\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{f}{3R}$$

$$U_L = \frac{1}{2} L I_L^2 = \frac{1}{18} L \frac{f^2}{R^2}$$

A4)

$$\mathcal{U} = \int_0^R \underbrace{\frac{[B(r)]^2}{2\mu_0}}_{\text{densità di energia}} 2\pi r L \, dr$$

Dal teorema di circuitazione di Ampère $\quad 2\pi r B(r) = \mu_0 \pi r^2 j$

$$\rightarrow \quad B(r) = \mu_0 \frac{r}{2} j$$

$$\mathcal{U} = L \int_0^R \frac{\mu_0^2 j^2 r^3}{4 \cdot 2\mu_0} 2\pi \, dr = L \frac{\pi}{16} \mu_0 j^2 R^4$$