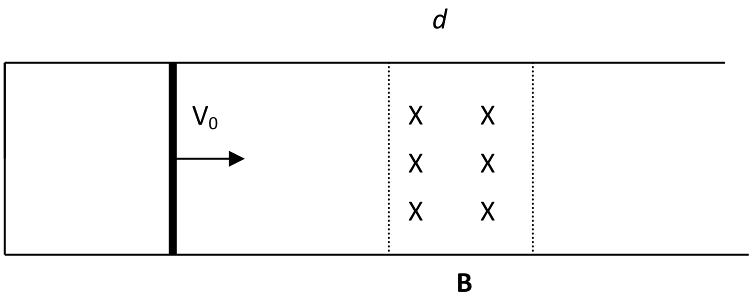
UNIVERSITA' DEGLI STUDI di ROMA "LA SAPIENZA"
Anno Accademico 2013/14 – Ing. Aerospaziale (Prova scritta del 7 febbraio 2014)

Esame di Fisica II ((esercizi 1,2,3,4: 6 punti ciascuno; quesiti a,b: 3 punti ciascuno)**Esame di Elettromagnetismo** (esercizi 1,2,3: 6 punti ciascuno; quesiti a,b,c: 4 punti ciascuno)

1) Una carica elettrica Q=-9.12 nC, è uniformemente distribuita su un anello sottile di raggio R=1.48 m, che giace nel piano YZ e ha il centro nell'origine. Una seconda carica q=-5.93 pC, puntiforme, è posizionata sull'asse X nel punto x=3.07 m. Si calcoli il lavoro compiuto da un agente esterno per spostare la carica puntiforme q nell'origine.

2) Attorno ad un tubo di cartone cilindrico (di sezione S=12.2 cm^2) sono avvolte 125 spire di un filo di rame isolato. Ai capi dell'avvolgimento è collegata una resistenza R=13.3Ω. Un campo di induzione magnetica B=1,57 T è applicato dall'esterno parallelamente all'asse del cilindro. In un tempo molto breve in campo di induzione viene invertito. Calcolare quanda carica scorre nel circuito. Trascurare l'autoinduzione.

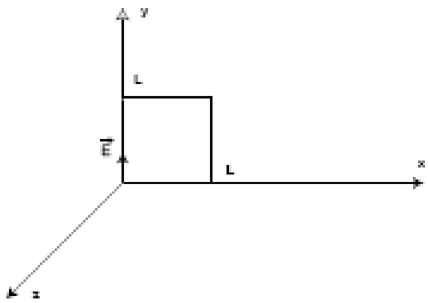
3)



Una barretta metallica di lunghezza L e massa m e' libera di scorrere lungo due guide metalliche e procede a velocita' costante V_0. Determinare il verso della corrente che scorre nel circuito e l'andamento nel tempo della velocita' quando entra in una zona di estensione *d* in cui e' presente un campo magnetico ortogonale entrante **B**. Trascurare l'autoinduzione. Trovare l'espressione del valore minimo di *d* per cui la sbarretta non riesce ad oltrepassare la zona. (Considerare costante la resistenza R del circuito)

4)

Un' onda elettromagnetica piana linearmente polarizzata con il vettore campo elettrico parallelo all' asse y, di frequenza $\nu = 300MHz$ e ampiezza $E_0 = 100mV/m$ si propaga nel vuoto lungo l'asse x ed investe una spira quadrata di lato $L = 25cm$ disposta, come in figura, nel piano xy. Se la spira ha resistenza elettrica complessiva $R = 30\Omega$, calcolare la corrente $i(t)$ circolante nella spira.



Determinare inoltre i primi due istanti, partendo da t=0, nei quali tale corrente si annulla.

DOMANDE

a) Introducete il vettore spostamento elettrico ***D*** evidenziandone i legami con i campi vettoriali ***E*** e ***P***

b) Dimostrare la legge di Gauss in forma integrale e differenziale

c) Enunciate e applicate con un esempio le leggi di Kirchhoff

SOLUZIONI

1) Il lavoro è:

$$L = \int_x^0 \vec{F}_{esterna} \cdot d\vec{l} = -\int_x^0 \vec{F}_{elettrica} \cdot d\vec{l} = -\int_x^0 q\vec{E}_{anello} \cdot d\vec{l} = qV_{anello}(0) - qV_{anello}(x)$$

Il potenziale prodotto da un anello in un punto P sul proprio asse è:

$$V(P) = \int dV = \int \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}} \int dQ = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}$$

da cui si ottiene:

$$L = qV_{anello}(0) - qV_{anello}(x) = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{R^2+x^2}}\right) = 186\,pJ$$

2) Se il campo viene invertito si genera nel circuito una forza elettromotrice indotta che fa scorrere una corrente: $f_{em} = -\frac{d\phi(B)}{dt} = RI$

Moltiplicando ambo i membri per *dt* si ottiene:

$$-\frac{d\phi(B)}{dt}dt = RIdt = -d\phi(B) \quad \rightarrow \quad -\Delta\phi(B) = \int RIdt = R\int Idt = RQ$$

Per cui la carica che fluisce nel circuito vale:

$$Q = \frac{-\Delta\phi(B)}{R} = \frac{1}{R}\ \phi_{iniziale}(B) - \phi_{finale}(B) \ = \frac{1}{R}\ \phi_{iniziale}(B) - \ -\phi_{iniziale}(B) \ = \frac{2\phi_{iniziale}(B)}{R} = \frac{2 \cdot N \cdot B \cdot S}{R} = 36mC$$

2) Il flusso del campo magnetico che attraversa la superficie spazzata dalla sbarretta, nella zona in cui è presente, è $\phi = BLdx$ essendo x il versore della direzione della velocità. Si instaura quindi una forza elettromotrice $f = BLv$ e quindi una corrente che scorre in senso antiorario $I = \frac{|f|}{R}$. Sulla sbarretta agirà quindi una forza diretta nel verso opposto della velocità pari a $F = -ILBx = -\frac{|f|}{R}LBx = -\frac{B^2L^2}{R}vx$ che porterà ad una equazione del moto

$$-\frac{B^2L^2}{R}v = m\frac{dv}{dt}$$

Di soluzione $v = v_0 e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}$. Lo spazio percorso in un tempo infinito sarà

$\int_0^d dx = \int_0^\infty v_0 e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}$ per cui $d = \frac{mv_{0R}}{B^2L^2}$

4)

$$\lambda = c/\nu = 1 \quad m \quad (L = 0.25 \quad m)$$

$$\begin{cases} E = E_y = E_0 cos(kx - \omega t) \\ B = B_z = \dfrac{E_0}{c} cos(kx - \omega t) \end{cases}$$

$$f_i = -\frac{d\Phi(B)}{dt}$$

$$\Phi(B) = \int_0^L \frac{E_0}{c} cos(kx - \omega t) L dx = \frac{E_0 L}{ck} \left[sen(kL - \omega t) + sen\omega t\right]$$

$$f_i = \frac{E_0 L \omega}{ck} \left[cos(kL - \omega t) - cos\omega t\right] \quad \left(\frac{\omega}{k} = c\right)$$

$$i(t) = \frac{f_i}{R} = \frac{E_0 L}{R} \left[cos(kL - \omega t) - cos\omega t\right] = 0.83 \cdot 10^{-3} \left[cos\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) - cos\omega t\right] =$$

$$= 0.83 \cdot 10^{-3} (sen\omega t - cos\omega t) A$$

La corrente si annulla quindi per $\omega t = n\pi + \pi/4$ con *n=0,1,2,3….* I primi due istanti in cui si annulla sono quindi

$$t_1 = \frac{1}{8\nu} = 0{,}4ns$$

$$t_2 = \frac{5}{8\nu} = 2ns$$