Martedì 31 gli esercizi verranno svolti nell'ordine:

1) Verificare la validità del postulato di Clausius considerando il segno della variazione di entropia nel passaggio di calore fra una sorgente a temperatura T_1 e una più calda a temperatura T_2.

2) Un recipiente contenente m = 50 g di ghiaccio (calore latente di fusione λ_f = 80 cal/g) a 0°C viene posto a contatto con un fornello elettrico a temperatura costante T = 300°C fino alla trasformazione integrale del ghiaccio in acqua a 100°C (il calore specifico dell'acqua nell'intervallo 0°C-100°C è circa costante: c = 1 cal/(g °C); 1 cal = 4,18 J). Calcolare la quantità di energia elettrica necessaria e la variazione di entropia dell'universo.

[E = 37,6 kJ; ΔS = 61 J/K]

3) Un condizionatore con coefficiente di prestazione COP = Q/L = 4 estrae in un'ora 36 MJ da un ambiente chiuso. Quanta potenza meccanica occorre? Quanto calore viene ceduto all'esterno in un'ora? [P = 2,5 kW; Q = 45 MJ]

4) Del gas perfetto poliatomico (0,3 mol), con pressione iniziale $p_0 = 10^5$ Pa e volume iniziale V_0 = 10 l, subisce una trasformazione in cui raddoppia reversibilmente il volume mentre il prodotto pV^2 resta costante. Calcolare il lavoro prodotto durante la trasformazione, la variazione di temperatura del gas e il calore scambiato con l'ambiente.

[L = 0,5 kJ; ΔT = - 200°C; Q = - 1 kJ]

5) Un recipiente adiabatico orizzontale rigido di forma cilindrica lungo 14 cm è internamente diviso da una parete diatermica mobile di massa trascurabile in due volumi inizialmente uguali. In una sezione vengono immesse 3 moli di He a 400 K, nell'altra viene immesso N_2 a 300 K. Si lascia evolvere reversibilmente il sistema. Determinare la temperatura di equilibrio e di quanto si è spostata la parete dalla situazione iniziale.
Suggerimenti: a) il sistema è isolato; b) la trasformazione avviene lentamente, senza brusche variazioni di volume

[n_{N2} = 4; T_f = 331K; Δx = 1 cm]

6) Una mole di gas perfetto inizialmente a 27°C assorbe 10 kJ di calore mentre il volume raddoppia durante una trasformazione reversibile isobara. Determinare il calore specifico molare a volume costante del gas.

[c_v = 25 J/(Kmol)]

7) Calcolare la variazione di entropia dell'universo in una macchina termica con un ciclo di Otto in cui le isocore BC e DA sono irreversibili e vengono utilizzate solo le due sorgenti T_A e T_C. Supporre note le temperature dei quattro stati di raccordo tra le isocore e le adiabatiche AB e CD.

[$\Delta S_u = n\, c_v(T_B-T_C)^2/(T_B\, T_C) > 0$]

8) Determinare la potenza di una macchina termica che lavora reversibilmente con un gas perfetto a 20 Hz a partire dalla pressione $p_0 = 10^5$ Pa e V_0 = 2 l. Successivamente il gas subisce una trasformazione isocora durante la quale raddoppia la pressione, una isoterma durante la quale raddoppia il volume e una isobara che ripristina le condizioni iniziali. [P=4(2ln2-1) kW]

9) Una macchina termica utilizza due moli di gas perfetto monoatomico che, iniziando dallo stato con $p_A = 10^5$ Pa e $V_A = 0,1$ m^3, subiscono le seguenti trasformazioni:
A-B: una isoterma reversibile che produce un raddoppiamento del volume,
B-C: una isocora irreversibile (ottenuta ponendo il gas a contatto con una sorgente a temperatura Tc);
C-A: una adiabatica reversibile che chiude il ciclo.
a) Disegnare il ciclo termico nel piano di Clapeyron;
b) calcolare la variazione di energia interna del gas lungo l'isocora
c) calcolare il rendimento della macchina termica
d) quale sarebbe il rendimento di una macchina reversibile che funzionasse fra le temperature minima e massima impiegate nel ciclo in considerazione? A quale percentuale del rendimento massimo corrisponde?
e) calcolare la variazione di entropia dell'universo in un ciclo

[$T_A = 602$ K; $T_C = 379$ K; $\Delta U = -5,6$ kJ; $\eta = 20\%$; $\eta_c = 37\%$; $\varepsilon = 54\%$; $\Delta S_u = 3,1$ J/K]

10) Tre moli di gas perfetto biatomico vengono sottoposte ad una trasformazione adiabatica reversibile durante la quale la temperatura diminuisce di 10°C. Calcolare quanto lavoro viene prodotto, la variazione di energia interna e il calore scambiato con l'ambiente. Giustificare i segni delle quantità ottenute. [623,3 J]

11) Un cilindro rigido e adiabatico è diviso in due parti uguali da un diaframma mobile di massa trascurabile, anch'esso adiabatico, libero di muoversi al suo interno. Da una parte c'è una mole di gas perfetto dall'altra il vuoto. Il diaframma viene lasciato libero di muoversi. Calcolare le variazioni di U e S nella trasformazione. [$\Delta U = 0$; $\Delta S = R\ln 2$]

12) Quanto varia l'entropia in un ciclo di funzionamento di una macchina termica da 100 kW operante a 5 Hz fra due sorgenti a 27°C e 527°C sapendo che il suo rendimento è metà di quello di una macchina reversibile che opera fra le stesse temperature? [$\Delta S_u = 66,7$ J/K]

1) Il sistema è isolato; S non può diminuire. Invece: $\Delta S = -Q/T_1+Q/T_2 = Q(T_1-T_2)/(T_1 T_2) < 0 \rightarrow$ il calore deve fluire da T_2 verso T_1: $\Delta S' = Q/T_1-Q/T_2 = Q(T_2-T_1)/(T_1 T_2) > 0$

2) l'energia necessaria E è pari al calore richiesto per la fusione del ghiaccio sommato a quello necessario per portare l'acqua di fusione a 100°C: $E = \lambda_f m + m c (373-273)$.
La variazione di entropia è $\Delta S = \Delta S_{sorg} + \Delta S_{gh} + \Delta S_{H2O}$ dove:
$\Delta S_{sorg} = -E/573$ (il calore è ceduto a 300°C);
$\Delta S_{gh} = (\lambda_f m)/273$ (il calore è assorbito a 0°C);
$\Delta S_{H2O} = m c \ln(373/273)$ dove il termine logaritmico è dovuto al fatto che durante il riscaldamento la temperatura dell'acqua varia: $dS = dQ/T = (m c dT)/T$

3) La potenza termica estratta è $dQ/dt = 36$ MJ/ora = 10 kW che comporta una potenza meccanica $P = dL/dt = d(Q/COP)/dt = 10$ kW/4. La potenza termica ceduta all'esterno è la somma delle due $dQ_2/dt = 12,5$ kW cioè, in un'ora, viene ceduta una quantità di calore pari a 12,5 kWh.

4) essendo $pV^2 = p_0V_0^2 \rightarrow p = p_0V_0^2/V^2 \rightarrow dL = p\,dV = p_0V_0^2\,dV/V^2 \rightarrow L = p_0 V_0/2$.
$pV^2 = p_0V_0^2 \rightarrow p_f (2V_0)^2 = p_0 V_0^2; \rightarrow p_f = p_0/4$; $p_f V_f = n R T_f \rightarrow T_f = p_0V_0/(2nR) = 200$ K mentre
$T_0 = p_0V_0/(nR) = 400$ K. $Q = \Delta U + L = n c_v \Delta T + L = -1500\text{ J} + 500\text{ J}$

5) Il contenitore è isolato termicamente ($dQ = 0$) e meccanicamente ($dL = 0$) dall'ambiente esterno e quindi dal primo principio si ricava $dU = 0$ cioè $\Delta U_{He} + \Delta U_{N2} = 0$. Inoltre, dato che il sistema evolve reversibilmente, è implicitamente detto che la pressione iniziale dei due gas è uguale (altrimenti ci sarebbe una variazione repentina di volume e quindi irreversibile).
He: $p_{in} V/2 = 3R\,400K$; N_2: $p_{in} V/2 = n_{N2} R\,300K \rightarrow n_{N2} = 4$
He: $\Delta U_{He} = 3\ 3/2\ R\ (T_f - 400\text{ K})$; $\Delta U_{N2} = 4\ 5/2\ R\ (T_f - 300\text{ K}) \rightarrow T_f = 9600/29 = 331K$
He: $p_{fin}\, S\, x_{He} = 3R\,331$ K; N_2: $p_{fin}\, S\, x_{N2} = 4R\,331\text{ K} \rightarrow x_{He}/3 = x_{N2}/4$ con $x_{He} + x_{N2} = 14$ cm
e quindi $x_{He} = 6$ cm e $x_{N2} = 8$ cm

6) $dp = 0 \rightarrow T_f/T_0 = V_f/V_0 = 2 \rightarrow T_f = 600$ K; $\Delta T = 300$ K
$dp = 0 \rightarrow Q = n\, c_p\, \Delta T \rightarrow c_p = Q/\Delta T = 10000/300$ J/(Kmol; $c_v = c_p - R$

7) $A:[p_A, V_A, T_A] \rightarrow dQ=0 \rightarrow B:[p_B, V_B, T_B]$
$B:[p_B, V_B, T_B] \rightarrow dV=0 \rightarrow C:[p_C, V_C, T_C]$
$C:[p_C, V_C, T_C] \rightarrow dQ=0 \rightarrow D:[p_D, V_D, T_D]$
$D:[p_D, V_D, T_D] \rightarrow dV=0 \rightarrow A:[p_A, V_A, T_A]$
Le variazioni di entropia delle sorgenti sono relative alle isocore durante le quali non viene svolto lavoro ($dV=0 \rightarrow dL=0$) e quindi $dQ=dU$:
$B:[p_B, V_B, T_B] \rightarrow dS=-Q_{BC}/T_C \rightarrow C:[p_C, V_B, T_C]$ con $Q_{BC} = n\, c_v\, (T_C-T_B)$
$D:[p_D, V_A, T_D] \rightarrow dS=-Q_{DA}/T_A \rightarrow A:[p_A, V_A, T_A]$ con $Q_{DA} = n\, c_v\, (T_A-T_D)$
Quindi $\Delta S_u = \Delta S_{gas} + \Delta S_{TA} + \Delta S_{TC} = 0 - nc_v(T_C-T_B)/T_C - nc_v(T_A-T_D)/T_A = -nc_v[1-T_B/T_C + 1-T_D/T_A]$.
Considerando le due adiabatiche $T_AV_A\hat{}(\gamma-1) = T_BV_B\hat{}(\gamma-1)$ e $T_DV_A\hat{}(\gamma-1) = T_CV_B\hat{}(\gamma-1)$ si ricava
$T_A/T_D = T_B/T_C$ da cui $\Delta S_u = \Delta S_{gas} + \Delta S_{TA} + \Delta S_{TC} = -nc_v[2-T_B/T_C - T_C/T_B] = n\, c_v(T_B-T_C)^2/(T_B\, T_C) > 0$

8) $A:[p_A, V_A, T_A] \rightarrow dV=0 \rightarrow B:[p_B, V_B, T_B] \rightarrow dT=0 \rightarrow C:[p_C, V_C, T_C] \rightarrow dp=0 \rightarrow A$
$A:[p_0, V_0, T_A=p_0V_0/nR]$
$B:[2p_0, V_0, 2T_A]$
$C:[p_0, 2V_0, 2T_A]$
$L = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} = 0 + n\,R\,2T_A \ln(2V_0/V_0) + n\,R\,(T_A - 2\,T_A) = p_0V_0[2\ln 2-1]$; $P = L\,f$

9) b) $A:[p_A, V_A, T_A] \rightarrow B:[p_B, 2V_A, T_A] \rightarrow C:[p_C, 2V_A, T_C]$; $T_AV_A\hat{}(\gamma-1) = T_CV_C\hat{}(\gamma-1)$ da cui:
$A:[p_A, V_A, T_A] \rightarrow B:[p_A/2, 2V_A, T_A] \rightarrow C:[p_C, 2V_A, T_A\, 2\hat{}-(2/3)]$
Essendo $T_A = p_AV_A/(nR) = 602$ K e $T_C = T_A\, 2\hat{}-(2/3) = 379$ K si ricava $\Delta U = 3\,R\,(T_C - T_A)$.
c) $Q_{AB} = nRT_A \ln(V_B/V_A) = 6{,}9$ kJ; dato che l'isocora, anche se irreversibile, si svolge a V costante, il gas non compie lavoro: $Q_{BC} = \Delta U = -5{,}6\text{ kJ} \rightarrow \eta = 1 + Q_{BC}/Q_{AB} = 1 - |\Delta U|/Q_{AB} =$
$= 1 - nc_v(T_C - T_A)/(nRT_A \ln(V_B/V_A)) = 1 - 3/2\,(1 - T_C/T_A)/\ln 2$;
d) $\eta_c = 1 - T_C/T_A = 1 - 2\hat{}(-2/3)$. $\varepsilon = \eta/\eta_c$
e) $\Delta S_u = \Delta S_{gas} + \Delta S_{TA} + \Delta S_{TC} = 0 - nR\ln 2 - Q_{BC}/T_C = -2R\ln 2 - 3R(1-T_A/T_C) = -2R\ln 2 - 3R[1-2\hat{}-(2/3)]$

10) $L = -\Delta U = n\, c_v\, \Delta T$; $Q = 0$

11) espansione nel vuoto (II esp. Joule): adiabatica irreversibile senza variazione di temperatura

12) il lavoro prodotto in un ciclo è $L = P/f = 20$ kJ; $\eta = ½\,(1-300K/800K) = 5/16$;
$Q_2 = L/\eta = 64$ kJ; $Q_1 = Q_2 - L = 44$ J. $\Delta S_u = \Delta S_{gas} + \Delta S_{T1} + \Delta S_{T2} = 0 + (+Q_1/300K) + (-Q_2/800K)$