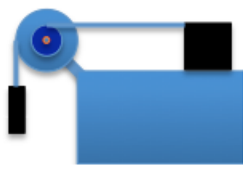
1) Su un piano orizzontale liscio è appoggiato un blocco di massa M collegato tramite un filo ideale a una puleggia di raggio R. La puleggia è costituita da due dischi concentrici. Intorno a quello di raggio 2R è avvolto un altro filo ideale alla cui estremità è appesa una massa m = M/4. Determinare l'accelerazione angolare della puleggia sapendo che ha un momento d'inerzia I rispetto all'asse di rotazione. [$\alpha = 2mgR/(I+4mR^2+MR^2)$]



2) Una piattaforma circolare omogenea di massa M = 163 kg e raggio R = 2 m inizialmente ferma è libera di ruotare intorno all'asse baricentrale verticale. Seduto sul bordo della piattaforma un uomo di massa M_u = 60 kg lancia orizzontalmente un sasso di massa m = 400 g alla velocità v_0 di 10 m/s formante un angolo θ = 45° rispetto alla tangente alla piattaforma. Determinare la velocità angolare della piattaforma dopo il lancio. [ω = 0,01 rad/s]

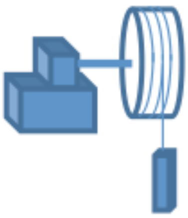
{Un disegno aiuta a calcolare il momento angolare del sasso}

3) All'interno di un cilindro cavo omogeneo di massa m, raggio R e spessore trascurabile viene inserito un altro cilindro omogeneo pieno di massa M e raggio R. Il sistema inizialmente fermo viene lasciato scendere lungo un piano inclinato rotolando senza strisciare per un tratto d. Determinare la relazione fra la velocità finale del centro di massa del sistema nel caso in cui fra i due cilindri non c'è nessun attrito e la velocità finale nel caso in cui i due cilindri sono solidalmente connessi. {Durante la discesa non viene dissipata energia}

[il rapporto fra i quadrati delle velocità è (2m + M)/(2m + 3/2M)]

4) Un pendolo fisico è inizialmente fermo nella sua <u>posizione di equilibrio instabile</u>. Appena viene leggermente spostato inizia a ruotare intorno al perno orizzontale senza attrito. La massima velocità angolare raggiunta è ω_{MAX}. Determinare il valore della pulsazione per piccole oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio stabile. {$\Omega = (MgL/I)^{½}$}

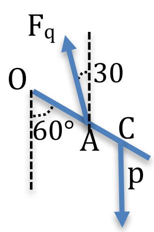
[$\Omega = ½\ \omega_{MAX}$]



5) L'asse orizzontale del motore di un montacarichi è connesso a quello di una puleggia di raggio R = 10 cm. Intorno alla puleggia è avvolta una fune alla cui estremità è appeso un carico di massa m = 100 kg che sale a velocità costante v_0 = 1m/s. Determinare la potenza e la coppia erogate dal motore.

[P = 0,98 kW; M_{MOT} = 98 Nm]

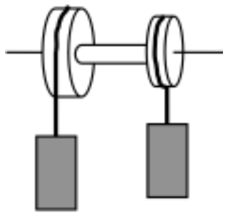
6) In figura è riportato un semplice modello utile per calcolare lo sforzo muscolare necessario per mantenere, da seduti, una gamba flessa a 60°. Il peso della gamba (p = 200 N) si può pensare concentrato nel punto C distante 20 cm dall'articolazione O del ginocchio. La forza F_q esercitata dal quadricipite è applicata, tramite un tendine, nel punto A (OA = 10 cm) e forma un angolo di 30° rispetto alla verticale (nella realtà l'angolo è più piccolo ma 30° può semplificare i calcoli).



Determinare F_q e le componenti orizzontale e verticale della reazione esercitata dalla giuntura O. (I punti O, A e C sono sostanzialmente allineati) [F_q = 693 N; R_X = 346 N; R_Y = - 400N]

7) Un pattinatore di massa 60 kg e momento d'inerzia I_0 = 1 kg m^2 sta traslando sul ghiaccio con velocità v_0 = 1 m/s e contemporaneamente eseguendo una piroetta su se stesso. In quell'istante ha una energia cinetica K_0 = 80 J. Subito dopo, mentre ancora trasla e ruota su se stesso, stringe le braccia portando il suo momento d'inerzia a 0,8 volte quello iniziale. Calcolare il lavoro compiuto per stringere le braccia considernando trascurabile l'attrito.

[L = 12,5 J]



8) Un sistema rigido è costituito da due pulegge di raggi R_1 e R_2 e da una sbarra di collegamento di raggio trascurabile. I tre elementi sono di materiali omogenei ma diversi perché hanno la stessa massa M. Sulle due pulegge sono arrotolate in versi opposti due funi ideali alle cui estremità sono appese due masse m uguali. Determinare l'accelerazione del sistema.

{$\alpha = mg(R_1-R_2)/[(M/2+m)\ (R_1^2+R_2^2)]$}

1) considerare anche la relazione fra l'accelerazione angolare e le accelerazioni dei due corpi

2) conservare il momento angolare dei tre corpi: $\omega = mv_0/[\sqrt{2}R(M/2+M_u)]$

3) la variazione di energia potenziale è la stessa nei due casi e quindi è la stessa anche la variazione di energia cinetica (K = K').
Nel caso di assenza di attrito interno, mentre il cilindro cavo scende rotolando, quello interno trasla senza ruotare: $K = K_m + K_M = (½\ mv^2 + ½\ I\omega^2) + ½\ Mv^2$ con $I = mR^2$ e $v = \omega R$.
Nel caso di corpo unico $K' = ½\ (m+M)v'^2 + ½\ I'\omega'^2$ con $I' = mR^2 + ½\ MR^2$ e $v' = \omega' R$

4) Durante il moto il baricentro si abbassa di 2 L → $K_{MAX} = 2MgL = ½\ I\ \omega^2_{MAX}$

5) Il moto avviene a velocità costante e quindi non ci sono accelerazioni → la tensione della fune è T = mg. Scelto il polo sull'asse della puleggia $M_{MOT} - RT = I\alpha = 0$ → $M_{MOT} = mgR$. La potenza erogata è $P = M_{MOT}\ \omega$ con $\omega = v_0/R$ → $P = mgv_0$ cioè la stessa potenza che serve per muovere la massa m: P = F v con F = mg e $v = v_0$.

6) dette Rx e Ry le componenti della reazione vincolare in O e scelto il polo in O si ottengono:
X: $R_X - F_q \sin30° = 0$; Y: $R_Y + F_q \cos30° - p = 0$; Z: $F_q\ OA \sin(60°-30°) - p\ OC \sin60° = 0$

7) il lavoro è pari alla variazione di energia. König: $K_0 = ½mv_0^2 + ½I_0\omega_0^2$. La velocità v_0 del CM non varia perché non agiscono forze esterne e, essendo nullo il momento delle forze esterne, si conserva il momento angolare $I\omega = I_0\omega_0$ → $\omega = I_0/I\ \omega_0$ e quindi $K' = ½I\omega^2 = I_0/I\ ½I_0\omega_0^2$.
$K' = ½mv_0^2 + ½I\omega^2 = ½mv_0^2 + I_0/I\ (K_0 - ½mv_0^2) = 92{,}5$ J

8) $I = ½\ M\ R_1^2 + ½\ M\ 0^2 + ½\ M\ R_2^2 = ½\ M\ (R_1^2+R_2^2)$ $a_1 = \alpha R_1$ $a_2 = \alpha R_2$
$R_1 T_1 - R_2 T_2 = I\alpha$ $-T_1 + mg = m\ a_1$ $T_2 - mg = m\ a_2$